

Pemodelan Stokastik dan *Probability of Extinction* Penyebaran Penyakit Kaki gajah

Melania S. Biri, Irvandi G. Pasangka, Ariyanto, Meksianis Z. Ndi *

Program Studi Matematika, Universitas Nusa Cendana, Kupang-NTT, Indonesia

*Correspondent Author: meksianis.ndii@staf.undana.ac.id

Received: 27 september 2021

Revised: 27 Februari 2022

Accepted: 10 Maret 2022

KATAKUNCI

Bilangan Reproduksi dasar
Peluang Kepunahan

KEYWORDS

Basic Reproduction Number
Probability of Extinction

ABSTRAK

Model stokastik berbasis Continuous Time Markov Chain untuk dinamika penyebaran penyakit kaki gajah diformulasi dan probability of extinction atau peluang kepunahan ditentukan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kepunahan penyakit akan semakin besar apabila jumlah individu terinfeksi pada awal epidemik kecil.

Stochastic Modeling and Probability of Extinction the Spread of Elephantiasis

Continuous time markov chain-based stochastic model for the dynamics of the spread of elephantiasis is formulated and the probability of extinction is determined. The results showed that the extinction of the disease will be greater if the number of infected individuals at the beginning of the epidemic is small.

This is an open-access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Pendahuluan

Penyebaran penyakit menular merupakan salah satu ancaman yang sangat membahayakan kehidupan manusia. Penyakit menular dapat ditularkan secara langsung dari manusia ke manusia atau dari agen pembawa seperti nyamuk kemanusia. Penyakit-penyakit yang diakibatkan oleh nyamuk seperti demam berdarah [1], malaria [2], telah menjadi ancaman bagi kehidupan manusia khususnya di daerah tropis dan subtropis. Salah satu penyakit yang diakibatkan oleh nyamuk adalah penyakit kaki gajah.

Model matematika telah banyak digunakan dalam memahami fenomena nyata. Untuk memahami dinamika penyebaran penyakit, model matematika telah banyak diformulasi dan dianalisis [1], [3]–[5] Model matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu dalam memahami dinamika penyebaran penyakit dan keefektifan dari intervensi yang digunakan. Permasalahan-permasalahan nyata dapat diformulasi kedalam model matematis dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu. Selanjutnya dari model yang didapat dicari

solusinya baik dengan cara analitis maupun secara numerik. Salah satu peran matematika di bidang kesehatan adalah dengan memodelkan penyebaran penyakit menular.

Model matematika untuk penyakit menular diklasifikasikan menjadi dua kelas, yaitu model yang bersifat deterministik dan model yang bersifat stokastik. Pada umumnya pemodelan matematika untuk penyakit menular biasanya digunakan model deterministik, dimana dalam model deterministik bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan parameter yang sangat penting karena (R_0) merupakan ambang batas penyebaran suatu penyakit. Jika (R_0) > 1 maka penyakit menyebar dalam populasi dan jika (R_0) < 1 maka penyakit menghilang dari populasi. Namun dalam model deterministik tidak dapat dihitung bagaimana peluang kepunahan suatu penyakit. Maka dari itu penulis menggunakan model stokastik untuk melihat bagaimana peluang kepunahan suatu penyakit.

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk meneliti tentang dinamika penyebaran penyakit kaki gajah [6]–[14]. Model yang diformulasi umumnya adalah model deterministik. Belum banyak model stokastik diformulasi untuk memahami dinamika penyebaran penyakit kaki gajah. Oleh karena itu, fokus dari makalah ini adalah formulasi model stokastik untuk menentukan probability of extinction. Model stokastik yang diformulasi didasarkan pada model deterministik yang telah diformulasi oleh Mwamtobe dkk [14]

Metode

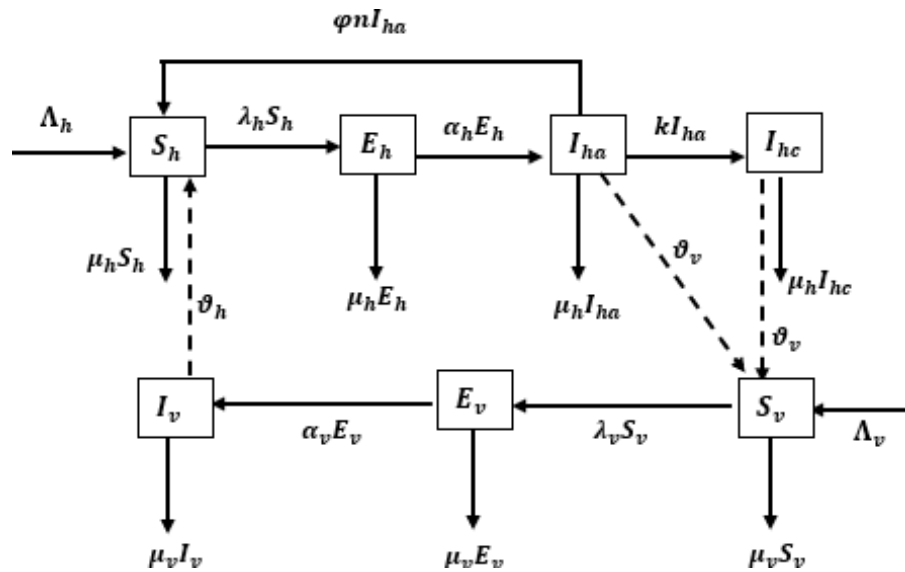
Pada penelitian ini, metode yang digunakan adalah studi literatur yaitu mencari berbagai referensi dari buku, jurnal ilmiah yang berkaitan dengan model matematikapenyebaran penyakit Kaki Gajah. Model deterministik diambil berdasarkan hasil penelitian [14]. Dari model deterministik kemudian dibuat model stokastik. selanjutnya ditentukan *probability generation function*, dari *probability generation function* dikonstruksikan matriks harapan untuk mencari ambang batas stokastik. selanjutnya dicari peluang kepunahannya.

Hasil dan Pembahasan

1. Formulasi Model Deterministik

a. Model Deterministik

Berdasarkan hasil penelitian [14], diperoleh model deterministik sebagai berikut.



Gambar 1. Diagram penyebaran penyakit Kaki gajah

Dari diagram diatas diperoleh model deterministik sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= \Lambda_h + \varphi n I_{ha} - \frac{\beta \vartheta_h I_v S_h}{N_h} - \mu_h S_h \\ \frac{dE_h}{dt} &= \frac{\beta \vartheta_h I_v S_h}{N_h} - (\alpha_h + \mu_h) E_h \\ \frac{dI_{ha}}{dt} &= \alpha_h E_h - \varphi n I_{ha} - (k + \mu_h) I_{ha} \\ \frac{dI_{hc}}{dt} &= k I_{ha} - \mu_h I_{hc} \\ \frac{dS_v}{dt} &= \Lambda_v - \frac{\beta \vartheta_v (I_{ha} + \theta I_{hc}) S_v}{N_h} - \mu_v S_v \\ \frac{dE_v}{dt} &= \frac{\beta \vartheta_v (I_{ha} + \theta I_{hc}) S_v}{N_h} - (\alpha_v + \mu_v) E_v \\ \frac{dI_v}{dt} &= \alpha_v E_v - \mu_v I_v \end{aligned}$$

Parameter yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

Table.1 NILAI PARAMETER MODEL EPIDEMIK SEIS

Parameter	Deskripsi	Nilai
Λ_h	Laju keahiran populasi manusia	2500
Λ_v	Laju kelahiran populasi nyamuk	1000
μ_h	Laju kematian alami populasi manusia	1 (65 × 365)
μ_v	Laju kematian alami populasi nyamuk	1 14
β	Laju gigitan nyamuk ke manusia	0,63
ϑ_h	Laju keberhasilan penularan larva cacing filaria dari nyamuk ke manusia	0,01

ϑ_v	Laju keberhasilan penularan mikrofilaria dari terinfeksi akut dan terinfeksi kronis manusia terhadap nyamuk rentan	0,1
θ	Laju pengurangan jumlah mikrofilaria dewasa di manusia karena pengobatan dan karantina individu yang terinfeksi kronis	0,0555
α_h	Laju perkembangan individu laten menjadi individu akut	0,0238
α_v	Laju perkembangan dari nyamuk yang terpapar menjadi nyamuk yang terinfeksi	0,0555
k	Laju perkembangan gejala dari individu yang terinfeksi akut menjadi individu yang terinfeksi kronis	10
n	Jumlah individu terinfeksi akut yang diskriminasi oleh tenaga Kesehatan	200
φ	Laju kemoterapi/pengobatan pencegahan individu yang terinfeksi akut	0,7

b. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan parameter penting dalam model deterministik karena merupakan ambang batas penyebaran suatu penyakit.

Bilangan reproduksi dasar yang diperoleh dari model diatas:

$$R_0 = \sqrt{\frac{(\alpha_h)(\beta\vartheta_h S_v)(\beta\vartheta_h S_h \alpha_v)(\mu_h) + k\alpha_h(\beta\vartheta_h \theta S_v)(\beta\vartheta_h S_h \alpha_v)}{(\alpha_v + \mu_v)\mu_v N_h^2(H)(\mu_h)}}$$

dengan $H = k\alpha_h + k\mu_h + \varphi n\alpha_h + \varphi n\mu_h + \alpha_h\mu_h + \mu_h^2$

2. Formulasi Model Stokastik

a. Model Stokastik SEIS

Pemodelan stokastik SEIS dibangun berdasarkan model deterministik. Model stokastik untuk model SEIS menggunakan konsep *Continuous-markov chain*. Didefinisikan variabel acak sebagai berikut:

$$X(t) = (S_h(t), E_h(t), I_{ha}(t), I_{hc}(t), S_v(t), E_v(t), I_v(t)), t \in [0, \infty)$$

Continuous-Time Markov Chain untuk model di atas adalah sebagai berikut

Table.2 TRANSMISI DAN NILAI UNTUK CTMC MODEL EPIDEMIK SEIS

<i>Description</i>	<i>State transition a → b</i>	<i>Rate P(a, b)</i>
<i>Host Birth</i>	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h + 1, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v)$	Λ_h
<i>Death of S_h</i>	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h - 1, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v)$	$\mu_h S_h$
<i>Host exposed</i>	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h - 1, E_h + 1, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v)$	$\lambda_h S_h$

Host infected- acute	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h - 1, I_{ha} + 1, I_{hc}, S_v, E_v, I_v)$	$\alpha_h E_h$
Host infected- chronic	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha} - 1, I_{hc} + 1, S_v, E_v, I_v)$	$k I_{ha}$
Death of E_h	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h - 1, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v)$	$\mu_h E_h$
Death of I_{ha}	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha} - 1, I_{hc}, S_v, E_v, I_v)$	$\mu_h I_{ha}$
Death of I_{hc}	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc} - 1, S_v, E_v, I_v)$	$\mu_h I_{hc}$
Vector birth	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v + 1, E_v, I_v)$	Λ_v
Death of S_v	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v - 1, E_v, I_v)$	$\mu_v S_v$
Vector exposed	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v - 1, E_v + 1, I_v)$	$\lambda_v S_v$
Vector infected	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v - 1, I_v + 1)$	$\alpha_v E_v$
Death of E_v	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v - 1, I_v)$	$\mu_v E_v$
Death of I_v	$(S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v) \rightarrow (S_h, E_h, I_{ha}, I_{hc}, S_v, E_v, I_v - 1)$	$\mu_v I_v$

b. *Probability Generation Function*

Probability Generation Function untuk E_h jika kondisi awal $E_h(0) = 1$ adalah

$$f_1(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = \frac{\alpha_h u_2 + \mu_h}{\alpha_h + \mu_h}$$

Ekspresi dari $\frac{\alpha_h}{(\alpha_h + \mu_h)}$ berarti bahwa probabilitas manusia yang terpapar (E_h) menghasilkan manusia terinfeksi akut (I_{ha}) yang baru, sehingga $E_h = 0$ dan $I_{ha} = 1$. Ekspresi dari $\frac{\mu_h}{(\alpha_h + \mu_h)}$ merupakan probabilitas manusia terpapar (E_h) mengalami kematian alami.

Probability Generation Function untuk I_{ha} jika kondisi awal $I_{ha}(0) = 1$. Misalkan kondisi awal $S_v/N_h = d$, maka

$$f_2(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = \frac{k u_3 + \beta \vartheta_v d u_3 u_4 + \varphi n + \mu_h}{k + \beta \vartheta_v d + \varphi n + \mu_h}$$

Ekspresi dari $\frac{k}{k + \varphi n + \mu_h}$ berarti bahwa probabilitas manusia yang telah terinfeksi akut (I_{ha}) menghasilkan manusia terinfeksi kronis (I_{hc}) yang baru, sehingga $I_{ha} = 0$ dan $I_{hc} = 1$. Ekspresi dari $\frac{\beta \vartheta_v d}{k + \beta \vartheta_v d + \varphi n + \mu_h}$ berarti bahwa probabilitas manusia yang telah terinfeksi akut (I_{ha}) menghasilkan individu nyamuk terpapar (E_v) yang baru, sehingga $I_{ha} = 1$ dan $E_v = 1$.

Ekspresi dari $\frac{\varphi n + \mu_h}{k + \varphi n + \mu_h}$ merupakan probabilitas manusia terinfeksi akut (I_{ha}) mengalami kematian alami.

Probability Generation Function untuk I_{hc} jika kondisi awal $I_{hc}(0) = 1$ adalah

$$f_3(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = \frac{\beta \vartheta_v \theta d u_3 u_4 + \mu_h}{\beta \vartheta_v \theta d + \mu_h}$$

Ekspresi dari $\frac{\beta \vartheta_v \theta d}{\beta \vartheta_v \theta d + \mu_h}$ berarti bahwa probabilitas manusia yang telah terinfeksi kronis (I_{hc}) menghasilkan individu nyamuk terpapar (E_v) yang baru, sehingga $I_{hc} = 1$ dan $E_v = 1$.
Ekspresi dari $\frac{\mu_h}{\beta \vartheta_v \theta d + \mu_h}$ merupakan probabilitas seorang individu terinfeksi kronis (I_{hc}) mengalami kematian alami.

Probability Generation Function untuk E_v jika kondisi awal $E_v(0) = 1$ adalah

$$f_4(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = \frac{\alpha_v u_5 + \mu_v}{\alpha_v + \mu_v}$$

Ekspresi dari $\frac{\alpha_v}{\alpha_v + \mu_v}$ berarti bahwa probabilitas individu nyamuk yang terpapar (E_v) menghasilkan individu nyamuk terinfeksi (I_v) yang baru, sehingga $E_v = 0$ dan $I_v = 1$.
Ekspresi dari $\frac{\mu_v}{\alpha_v + \mu_v}$ merupakan probabilitas individu nyamuk terpapar (E_v) mengalami kematian alami.

Probability Generation Function untuk I_v jika kondisi awal $I_v(0) = 1$ Misalkan pada kondisi awal $S_h = N_h$ maka $S_h/N_h = 1$ maka

$$f_5(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = \frac{\beta \vartheta_h u_1 u_5 + \mu_v}{\beta \vartheta_v + \mu_v}$$

Ekspresi dari $\frac{\beta \vartheta_h}{\beta \vartheta_v + \mu_v}$ berarti bahwa probabilitas individu nyamuk yang telah terinfeksi (I_v) menghasilkan manusia terpapar (E_h) yang baru, sehingga $I_v = 1$ dan $E_v = 1$.
Ekspresi dari $\frac{\mu_v}{\beta \vartheta_v + \mu_v}$ merupakan peobabilitas nyamuk terinfeksi (I_v) mengalami kematian alami.

c. Peluang Kepunahan (*Probability of Extinction*)

Dalam menentukan probabilitas kepunahan penyakit, perlu dicari titik tetap. Dengan membuat $f_i = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) = Q_i$ dan dengan bantuan aplikasi Maple, maka diperoleh titik tetap dari *probability generation function* yaitu

$$u_1 = \frac{Y_1}{T_1}$$

Dengan $T_1 = ((\beta d\alpha_h \vartheta_v + \beta d\mu_h \vartheta_v + k\alpha_h + k\mu_h + \alpha_h \mu_h + \alpha_h \varphi_n + \mu_h^2 + \mu_h \varphi_n)(\beta d\theta \alpha_v \vartheta_v + \alpha_v \mu_h + \mu_h \mu_v) \beta \vartheta_h)$.

$$Y_1 = \beta^3 d^2 \theta \alpha_v \mu_h \vartheta_h \vartheta_v^2 + \beta^2 dk \theta \alpha_v \mu_h \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\theta \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\theta \alpha_h \alpha_v \vartheta_h \varphi_n \vartheta_v + \beta^2 d\theta \alpha_v \mu_h \vartheta_h \varphi_n \vartheta_v + \beta^2 d\alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\alpha_v \mu_h^2 \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\mu_h^2 \mu_v \vartheta_h \vartheta_v + \beta d\alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v \vartheta_v + \beta d\alpha_h \mu_h \mu_v^2 \vartheta_v + \beta d\alpha_v \mu_h^2 \mu_v \vartheta_v + \beta d\mu_h^2 \mu_v^2 \vartheta_v + \beta k \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h + \beta k \alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h + \beta k \alpha_v \mu_h^2 \vartheta_h + \beta k \mu_h^2 \mu_v \vartheta_h + \beta \alpha_h \alpha_v \mu_h^2 \vartheta_h + \beta \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h \varphi_n + \beta \alpha_h \mu_h^2 \mu_v \vartheta_h + \beta \alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h \varphi_n + \beta \alpha_v \mu_h^3 \vartheta_h + \beta \alpha_v \mu_h^2 \vartheta_h \varphi_n + \beta \mu_h^3 \mu_v \vartheta_h + \beta \mu_h^2 \mu_v \vartheta_h \varphi_n + k \alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v + k \alpha_h \mu_h \mu_v^2 + k \alpha_v \mu_h^2 \mu_v + k \mu_h^2 \mu_v^2 + \alpha_h \alpha_v \mu_h^2 \mu_v + \alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v \varphi_n + \alpha_h \mu_h^2 \mu_v^2 + \alpha_h \mu_h \mu_v^2 \varphi_n + \alpha_v \mu_h^3 \mu_v + \alpha_v \mu_h^2 \mu_v \varphi_n + \mu_h^3 \mu_v^2 + \mu_h^2 \mu_v^2 \varphi_n.$$

$$u_2 = \frac{Y_2}{T_2}$$

Dengan $T_2 = (\alpha_h \vartheta_h \beta (\beta d\theta \alpha_v \vartheta_v + \alpha_v \mu_h + \mu_h \mu_v) (\beta d\vartheta_v + k + \mu_h + \varphi_n))$

$$Y_2 = \beta^2 d\theta \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\theta \alpha_h \alpha_v \vartheta_h \varphi_n \vartheta_v + \beta^2 d\alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h \vartheta_v + \beta d\alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v \vartheta_v + \beta d\alpha_h \mu_h \mu_v^2 \vartheta_v + \beta d\alpha_v \mu_h^2 \mu_v \vartheta_v + \beta d\mu_h^2 \mu_v^2 \vartheta_v + \beta k \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h + \beta k \alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h + \beta \alpha_h \alpha_v \mu_h^2 \vartheta_h + \beta \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h \varphi_n + \beta \alpha_h \mu_h^2 \mu_v \vartheta_h + \beta \alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h \varphi_n + k \alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v + k \alpha_h \mu_h \mu_v^2 + k \alpha_v \mu_h^2 \mu_v + k \mu_h^2 \mu_v^2 + \alpha_h \alpha_v \mu_h^2 \mu_v + \alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v \varphi_n + \alpha_h \mu_h^2 \mu_v^2 + \alpha_h \mu_h \mu_v^2 \varphi_n + \alpha_v \mu_h^3 \mu_v + \alpha_v \mu_h^2 \mu_v \varphi_n + \mu_h^2 \mu_v^2 + \mu_h^2 \mu_v^2 \varphi_n$$

$$u_3 = \mu_h \frac{T_4}{T_3}$$

Dengan $T_3 = (\beta \alpha_h \vartheta_h (\beta^2 d^2 \theta^2 \alpha_v \vartheta_v^2 + \beta dk \theta^2 \alpha_v \vartheta_v + 2\beta d\theta \alpha_v \mu_h \vartheta_v + \beta d\theta \mu_h \mu_v \vartheta_v + k\theta \alpha_v \mu_h + k\theta \mu_h \mu_v + \alpha_v \mu_h^2 + \mu_h^2 \mu_v))$

$$T_4 = ((\beta^2 d\theta \alpha_h \alpha_v \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\theta \alpha_h \mu_v \vartheta_h \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_h \alpha_v \mu_v \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_h \mu_v^2 \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_v \mu_h \mu_v \vartheta_v + \beta d\theta \mu_h \mu_v^2 \vartheta_v + \beta k \theta \alpha_h \alpha_v \vartheta_h + \beta k \theta \alpha_h \mu_v \vartheta_h + \beta \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_h + \beta \alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_h + k \theta \alpha_h \alpha_v \mu_v + k \theta \alpha_h \mu_v^2 + k \theta \alpha_v \mu_h \mu_v + k \theta \mu_h \mu_v^2 + \theta \alpha_h \alpha_v \mu_h \mu_v + \theta \alpha_h \alpha_v \mu_v \varphi_n + \theta \alpha_h \mu_h \mu_v^2 + \theta \alpha_h \mu_v^2 \varphi_n + \theta \alpha_v \mu_h^2 \mu_v + \theta \alpha_v \mu_h \mu_v \varphi_n + \theta \mu_h^2 \mu_v^2 + \theta \mu_h \mu_v^2 \varphi_n) \varphi_n d\beta)$$

$$u_4 = \left(\mu_v \frac{Y_3}{T_4} \right)$$

Dengan $Y_3 = \beta^3 d^2 \theta \alpha_h \vartheta_h \vartheta_v^2 + \beta^2 d^2 \theta \alpha_h \alpha_v \vartheta_v^2 + \beta^2 d^2 \theta \alpha_h \mu_v \vartheta_v^2 + \beta^2 d^2 \theta \alpha_v \mu_h \vartheta_v^2 + \beta^2 d^2 \theta \mu_h \mu_v \vartheta_v^2 + \beta^2 dk \theta \alpha_h \vartheta_h \vartheta_v + \beta^2 d\alpha_h \mu_h \vartheta_h \vartheta_v + \beta dk \theta \alpha_h \alpha_v \vartheta_v + \beta dk \theta \alpha_h \mu_v \vartheta_v + \beta dk \theta \alpha_v \mu_h \vartheta_v + \beta dk \theta \mu_h \mu_v \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_h \alpha_v \varphi_n \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_h \mu_v \varphi_n \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_v \mu_h^2 \vartheta_v + \beta d\theta \alpha_v \mu_h \varphi_n \vartheta_v + \beta d\theta \mu_h^2 \mu_v \vartheta_v + \beta d\theta \mu_h \mu_v \varphi_n \vartheta_v + \beta d\alpha_h \alpha_v \mu_h \vartheta_v + \beta d\alpha_h \mu_h \mu_v \vartheta_v + \beta d\alpha_v \mu_h^2 \vartheta_v + \beta d\mu_h^2 \mu_v \vartheta_v +$

$$\begin{aligned} & k\alpha_h\alpha_v\mu_h + k\alpha_h\mu_h\mu_v + k\alpha_v\mu_h^2 + k\mu_h^2\mu_v + \alpha_h\alpha_v\mu_h^2 + \alpha_h\alpha_v\mu_h\varphi n + \alpha_h\mu_h^2\mu_v + \\ & \alpha_h\mu_h\mu_v\varphi n + \alpha_v\mu_h^3 + \alpha_v\mu_h^2\varphi n + \mu_h^3\mu_v + \mu_h^2\mu_v\varphi n \end{aligned}$$

$$u_5 = \left(\frac{Y_4}{T_5} \mu_v \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Dengan } T_5 = & (\alpha_v\beta d\vartheta_v(\beta^2 d\theta\alpha_h\vartheta_h\vartheta_v + \beta d\theta\alpha_h\mu_v\vartheta_v + \beta d\theta\mu_h\mu_v\vartheta_v + \beta k\theta\alpha_h\vartheta_h + \\ & \beta\alpha_h\mu_h\vartheta_h + k\theta\alpha_h\mu_v + k\theta\mu_h\mu_v + \theta\alpha_h\mu_h\mu_v + \theta\alpha_h\mu_v\varphi n + \theta\mu_h^2\mu_v + \theta\mu_h\mu_v\varphi n)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_4 = & \beta^2 d^2\theta\alpha_h\alpha_v\vartheta_v^2 + \beta^2 d^2\theta\alpha_v\mu_h\vartheta_v^2 + \beta dk\theta\alpha_h\alpha_v\vartheta_v + \beta dk\theta\alpha_v\mu_h\vartheta_v + \\ & \beta d\theta\alpha_h\alpha_v\mu_h\vartheta_v + \beta d\theta\alpha_h\alpha_v\varphi n\vartheta_v + \beta d\theta\alpha_v\mu_h^2\vartheta_v + \beta d\theta\alpha_v\mu_h\varphi n\vartheta_v + \beta d\alpha_h\alpha_v\mu_h\vartheta_v + \\ & \beta d\alpha_h\mu_h\mu_v\vartheta_v + \beta d\alpha_v\mu_h^2\vartheta_v + \beta d\mu_h^2\mu_v\vartheta_v + k\alpha_h\alpha_v\mu_h + k\alpha_h\mu_h\mu_v + k\alpha_v\mu_h^2 + \\ & k\mu_h^2\mu_v + \alpha_h\alpha_v\mu_h^2 + \alpha_h\alpha_v\mu_h\varphi n + \alpha_h\mu_h^2\mu_v + \alpha_h\mu_h\mu_v\varphi n + \alpha_v\mu_h^3 + \alpha_v\mu_h^2\varphi n + \\ & \mu_h^3\mu_v + \mu_h^2\mu_v\varphi n \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai u_1, u_2, u_3, u_4 dan u_5 probabilitas kepunahan dengan $E_h(0) = e_h, I_{ha}(0) = i_{ha}, I_{hc}(0) = i_{hc}, E_v(0) = e_v, I_v(0) = i_v$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\mathbb{P}_0 = u_1 e_h u_2 i_{ha} u_3 i_{hc} u_4 e_v u_5 i_v = \left[\frac{Y_1}{T_1} \right]^{e_h} \left[\frac{Y_2}{T_2} \right]^{i_{ha}} \left[\frac{\mu_h}{T_3} \right]^{i_{hc}} [\mu_v Y_3]^{e_v} [T_4]^{i_{hc} - e_v} \left[\frac{Y_4}{T_5} \mu_v \right]^{i_v}$$

3. Hasil Penelitian

Pada bagian hasil penelitian ini, akan dianalisis nilai bilangan reproduksi dasar dan peluang kepunahan. Nilai parameter yang digunakan adalah sebagai berikut: $\alpha_h = 0.038, \beta = 0.63, \nu_h = 0.01\alpha_v = 0.0555, k = 10, \mu_v = 1/14, \mu_h = 1/(65 \times 365), \psi = 0.7, n = 200, \theta = 0.0555$. Dari hasil perhitungan diperoleh nilai $R_0 = 2,06726797$.

a. Nilai Peluang Kepunahan (*probability of Extinction*)

$$\mathbb{P}_0 = u_1 e_h u_2 i_{ha} u_3 i_{hc} u_4 e_v u_5 i_v = \left[\frac{Y_1}{T_1} \right]^{e_h} \left[\frac{Y_2}{T_2} \right]^{i_{ha}} \left[\frac{\mu_h}{T_3} \right]^{i_{hc}} [\mu_v Y_3]^{e_v} [T_4]^{i_{hc} - e_v} \left[\frac{Y_4}{T_5} \mu_v \right]^{i_v}$$

Dengan nilai parameter yang telah ditetapkan maka diperoleh:

$$Y_1 = 0, 0000096535, Y_2 = 0, 0000095841, Y_3 = 0, 1312322962,$$

$$Y_4 = 0, 0001005894, T_1 = 0, 0000948083, T_2 = 0, 0000088564,$$

$$T_3 = 3, 31560073 \times 10^{-7}, T_4 = 0, 3188195917, T_5 = 0, 0000998157.$$

Sehingga diperoleh nilai kepunahan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_0 = & [0,101821254]^{e_h} [1,0821665685]^{i_{ha}} [126,6738772865]^{i_{hc}} [0,0093737354]^{e_v} \\ & [0,3188195917]^{i_{hc} - e_v} [1,0077512856]^{i_v} \end{aligned}$$

Dari peluang kepunahan diatas, kemudian diambil sebarang nilai awal dari setiap kompartemen sehingga diperoleh hasil perhitungan seperti pada tabel berikut

Table.3 HASIL PERHITUNGAN PELUANG KEPUNAHAN

<i>Kondisi Awal</i>					P_0	$1 - P_0$
E_h	I_{ha}	I_{hc}	E_v	I_v		
1	1	1	1	1	0,1318516805	0,8681483195
2	1	1	1	1	0,0134253034	0,9865746996
3	2	2	2	2	0,0017701488	0,9982298512
3	3	1	1	1	0,0016008505	0,9983991495
2	2	1	2	2	0,0004304664	0,9995695336
4	4	2	4	4	0,000000185302	0,9999998147
2	2	2	3	2	0,00051139	0,99948861
3	3	3	4	3	0,0000673945	0,9999326055
3	3	3	3	2	0,0022745927	0,9977254073
4	4	4	4	4	0,0002999089	0,9997000911

Berdasarkan nilai peluang kepunahan ini maka dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai kondisi awal dari setiap kompartemen maka peluang kepunahannya akan semakin kecil.

Simpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa kondisi awal dari jumlah individu terinfeksi berpengaruh pada peluang kepunahan. Apabila jumlah individu terinfeksi pada awal epidemik tidak banyak, maka peluang kepunahannya akan semakin kecil. Hasil ini menunjukkan bahwa analisis model deterministik dapat disertai dengan model stokastik khususnya Continuous Time Markov Chain untuk diperoleh gambaran tentang peluang kepunahannya.

Daftar Pustaka

- [1] M. A. Khan, A. Khan, A. Elsonbaty, and A. A. Elsadany, "Modeling and simulation results of a fractional dengue model," *The European Physical Journal Plus*, vol. 134, no. 8, p. 379, Aug. 2019, doi: 10.1140/epjp/i2019-12765-0.
- [2] E. M. Banni, M. A. Kleden, M. Lobo, and M. Z. Ndi, "Estimasi Reproduction Number Model Matematika Penyebaran Malaria di Sumba Tengah, Indonesia," *Jambura Journal of Biomathematics*, vol. 2, no. 1, pp. 13-19, 2021.
- [3] D. Aldila, P. Dumbelaa, H. Tasman, M. Z. Ndi, F. Fatmawati, and C. W. Chukwu, "Assessing the impact of relapse, reinfection and recrudescence on malaria eradication policy: A bifurcation and optimal control analysis." 2022.
- [4] Y. A. Adi, F. Adi-Kusumo, L. Aryati, and M. S. Hardianti, "A Dynamic Model of PI3K/AKT Pathways in Acute Myeloid Leukemia," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2018, p. 2983138, Nov. 2018, doi: 10.1155/2018/2983138.
- [5] Y. A. Adi, "A Within-host Tuberculosis Model Using Optimal Control," *JTAM: Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika*, vol. 5, no. 1, 2021.

- [6] P. K. N. Salonga, V. M. P. Mendoza, R. G. Mendoza, and V. Y. Belizario, "A mathematical model of the dynamics of lymphatic filariasis in Caraga Region, the Philippines," *Royal Society Open Science*, vol. 8, no. 6, p. 201965, doi: 10.1098/rsos.201965.
- [7] E. Michael *et al.*, "Quantifying the value of surveillance data for improving model predictions of lymphatic filariasis elimination," *PLOS Neglected Tropical Diseases*, vol. 12, no. 10, p. e0006674, Oct. 2018, doi: 10.1371/journal.pntd.0006674.
- [8] J. M. Prada *et al.*, "Elimination or Resurgence: Modelling Lymphatic Filariasis After Reaching the 1% Microfilaremia Prevalence Threshold," *The Journal of Infectious Diseases*, vol. 221, no. Supplement_5, pp. S503–S509, Jun. 2020, doi: 10.1093/infdis/jiz647.
- [9] P. K. N. Salonga, V. M. P. Mendoza, R. G. Mendoza, and V. Y. Belizario, "A mathematical model of the dynamics of lymphatic filariasis in Caraga Region, the Philippines," *Royal Society Open Science*, vol. 8, no. 6, p. 201965, doi: 10.1098/rsos.201965.
- [10] S. M. Simelane, P. M. Mwamtobe, S. Abelman, and J. M. Tchuente, "A Mathematical Model for the Transmission Dynamics of Lymphatic Filariasis with Intervention Strategies," *Acta Biotheoretica*, vol. 68, no. 3, pp. 297–320, Sep. 2020, doi: 10.1007/s10441-019-09370-y.
- [11] M. A. Irvine *et al.*, "Modelling strategies to break transmission of lymphatic filariasis - aggregation, adherence and vector competence greatly alter elimination," *Parasites & Vectors*, vol. 8, no. 1, p. 547, Oct. 2015, doi: 10.1186/s13071-015-1152-3.
- [12] P. Jambulingam, S. Subramanian, S. J. de Vlas, C. Vinubala, and W. A. Stolk, "Mathematical modelling of lymphatic filariasis elimination programmes in India: required duration of mass drug administration and post-treatment level of infection indicators," *Parasites & Vectors*, vol. 9, no. 1, p. 501, Sep. 2016, doi: 10.1186/s13071-016-1768-y.
- [13] H. Tasman, T. Supali, A. K. Supriatna, N. Nuraini, and E. Soewono, "A mathematical model for long-term effect of diethylcarbamazine-albendazole mass drug administration on lymphatic filariasis," *AIP Conference Proceedings*, vol. 1651, no. 1, pp. 138–146, Mar. 2015, doi: 10.1063/1.4914445.
- [14] P. M. Mwamtobe, S. M. Simelane, S. Abelman, and J. M. Tchuente, "Mathematical analysis of a lymphatic filariasis model with quarantine and treatment," *BMC Public Health*, vol. 17, no. 1, p. 265, Mar. 2017, doi: 10.1186/s12889-017-4160-8.