

SEIAR Epidemic Model on the Spread on the Spread of COVID-19 in the Special Region of Yogyakarta

Siti Rizki Ayuni ^{a,1,*}, Yudi Ari Adi ^{b,2}

^{*a} Ahmad Dahlan University, Yogyakarta, Indonesia;

^{*b} Ahmad Dahlan University, Yogyakarta, Indonesia.

¹ siti1700015068@webmail.uad.ac.id; ² yudiari@uad.ac.id

^{*}Correspondent Author

Received:

Revised:

Accepted:

KATAKUNCI

Model Epidemik
COVID-19
Titik Keseimbangan
Simulasi Numerik

ABSTRAK

Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-Cov-2) merupakan virus varian baru yang menyebabkan penyakit menular yang disebut dengan *Coronavirus Disease (COVID-19)*. *World Health Organization (WHO)* menyatakan COVID-19 sebagai pandemi global pada tanggal 11 Maret 2020. Untuk menggambarkan penyebaran COVID-19, pada artikel ini disusun model epidemik SEIAR yang menunjukkan dinamika populasi dari lima kompartmen, yaitu kelompok rentan, kelompok terpapar, kelompok terinfeksi bergejala, kelompok terinfeksi tanpa gejala, dan kelompok sembuh. Hasil penelitian ini diperoleh dua titik keseimbangan, yaitu titik keseimbangan penyakit dan titik keseimbangan endemik. Analisis kestabilan titik keseimbangan dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz menunjukkan titik keseimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal pada saat $R_0 < 1$ dan tidak stabil pada saat $R_0 > 1$. Selanjutnya, pada prediksi kasus COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta yang diperkirakan nilai $R_0 = 1,48$. Kemudian dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar. Hasil penelitian menunjukkan laju infeksi (β) merupakan parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta. Hasil penelitian ini diharapkan menjadi salah satu referensi kepada pemerintah Daerah Istimewa Yogyakarta untuk menekan laju infeksi pada kasus penyebaran COVID-19.

KEYWORDS

Epidemic Model
COVID-19
Equilibrium Point
Numerical Simulations

ABSTRACT

Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-Cov-2) is a new virus variant that can cause an infectious disease called *Coronavirus Disease (COVID-19)*. The *World Health Organization (WHO)* declared COVID-19 as a global pandemic on March 11, 2020. To describe the spread of COVID-19, in this article, the SEIAR epidemic model is developed which shows the dynamics of the five-compartment population, namely the susceptible, exposed, symptomatic, asymptomatic, and recovered. The results of this study obtained two equilibrium points, namely the disease equilibrium point and the endemic equilibrium point. Analysis of the stability of the equilibrium point using the Routh-Hurwitz criteria shows that the disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable at $R_0 < 1$ and unstable at $R_0 > 1$. Furthermore, in the prediction of COVID-19 cases in the Special Region of Yogyakarta, the estimated value of $R_0 =$

1,48. Then a sensitivity analysis was carried out to determine the parameters that have the most influence on the basic reproduction number. The results showed that the infection rate (β) was the parameter that most influenced the spread of COVID-19 in the Special Region of Yogyakarta. The results of this study are expected to be a reference for the Yogyakarta Special Region government to reduce the rate of infection in cases of the spread of COVID-19.

This is an open-access article under the [CC-BY-SA](#) license.



Pendahuluan

Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-Cov-2) merupakan virus varian baru yang dapat menyebabkan penyakit menular yang disebut dengan *Coronavirus Disease* (COVID-19). *World Health Organization* (WHO) pertama kali mengetahui COVID-19 pada 31 Desember 2019 di Wuhan, China [1]. Virus ini dapat menyebabkan infeksi saluran pernapasan hingga kematian. Gejala umum pada COVID-19 dapat berupa batuk kering, sesak nafas, dan demam [2].

Secara umum, gejala COVID-19 muncul dalam waktu rata-rata 5 sampai 6 hari dan dapat berkisar antara 1-14 hari setelah terpapar virus corona [1]. Virus dapat menular melalui cipratan air liur maupun ingus ketika batuk atau bersin dari seseorang yang terinfeksi. Penyebab penularan lainnya terjadi apabila menyentuh permukaan benda yang sudah terkontaminasi virus yang dapat menyebar melalui mulut, hidung dan mata [2]. Pada tanggal 11 maret 2020, WHO menyatakan wabah COVID-19 sebagai pandemi global [1]. Hingga saat ini vaksin COVID-19 belum dapat ditemukan. Menurut WHO masa inkubasi COVID-19 mencapai 1-14 hari setelah terinfeksi. COVID-19 dapat menyerang semua individu baik dari anak-anak hingga orang tua. Namun, orang dengan usia diatas 60 tahun dan orang dengan kondisi medis yang sudah ada sebelumnya (seperti penyakit jantung, diabetes, dan tekanan darah tinggi) lebih rentan untuk menderita sakit parah hingga meninggal [2]. Perkembangan pada kasus *Coronavirus Disease* hingga 20 November 2020, terdapat 55.326.907 kasus terinfeksi dengan kasus kematian sebesar 1.333.742 di seluruh dunia [1]. Di Indonesia terdapat 483.518 kasus dengan 15.600 kasus kematian hingga 20 November 2020 [2].

Berbagai model epidemik telah disusun untuk mendeskripsikan atau memprediksi penyebaran COVID-19, seperti dalam [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11]. Dalam penelitian ini pemodelan matematika penyebaran COVID-19 yang digunakan khususnya Daerah Istimewa Yogyakarta yaitu model SEIAR yang dimodifikasi dengan kasus *Asymptomatic*. Kasus *Asymptomatic* menggambarkan individu yang terinfeksi tanpa gejala sehingga sulit ditemukan dilapangan. Model tersebut dibagi menjadi 5 kompartmen, yaitu individu yang rentan

terinfeksi (*Susceptible*), individu yang terpapar virus dan belum menularkan atau laten (*Exposed*), individu terinfeksi yang memiliki gejala dan dapat menular (*Infected*), individu yang terinfeksi tanpa gejala dan dapat menular (*Asymptomatic*), dan individu yang sembuh dari infeksi COVID-19 (*Recovery*).

Metode

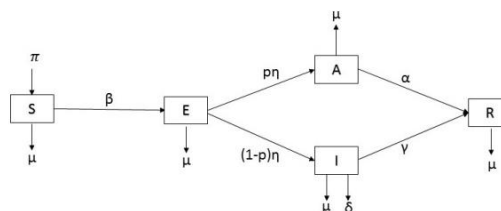
Penelitian ini akan mempelajari model matematika pada penyebaran COVID-19 di DIY dengan menggunakan data COVID-19 harian COVID-19 tanggal 1 Juni sampai 30 Juni 2021 yang diambil dari situs resmi [12]. Selanjutnya, dibentuk model matematika yang berbentuk sistem persamaan diferensial. Dari model yang terbentuk, ditentukan dan dianalisis titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kestabilan titik ekuilibrium, analisis sensitivitas serta simulasi numerik model matematika pada penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta.

Adapun langkah-langkah dalam pembahasan masalah ini adalah sebagai berikut: (1) Membentuk model matematika penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta, (2) Membahas eksistensi dan kestabilan titik ekuilibrium, (3) Melakukan estimasi parameter dan simulasi dinamika penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta, (4) Melakukan analisis sensitivitas dan simulasinya untuk melihat parameter paling berpengaruh pada penyebaran COVID-19.

Hasil dan Pembahasan

1. Pembentukan Model

Untuk pembentukan model matematika penyebaran COVID-19, populasi dibagi menjadi lima subpopulasi yaitu *Susceptible* (*S*), *Exposed* (*E*), *Symptomatic* (*I*), *Asymptomatic* (*A*), dan *Recovered* (*R*). Skema penyebaran pada COVID-19 dapat disajikan dalam diagram kompartmen pada Gambar 1.



Gambar 1. Skema penyebaran COVID-19.

Diagram pada Gambar 1 dapat dijelaskan sebagai berikut. Individu dalam kelompok *susceptible* (rentan) akan bertambah dari kelahiran maupun dari masuknya individu dari luar

daerah yang diasumsikan konstan dengan laju rekrutmen dinyatakan dengan π . Sedangkan berkurangnya individu dalam kelompok rentan disebabkan karena berubah menjadi individu *exposed*, yaitu individu yang terpapar virus tetapi belum menularkan virus (berada dalam masa inkubasi), yang diakibatkan interaksi dengan individu dalam kelompok *asymptomatic* (terinfeksi tanpa gejala) dan *symptomatic* (terinfeksi dengan gejala). Pada model ini laju infeksi dinyatakan dengan β . Selanjutnya individu dalam kelompok *Exposed* akan berkurang karena berkembang menjadi individu yang *infectious*, dapat menularkan, baik kelompok yang tidak menunjukkan gejala sakit, *asymptomatic* maupun yang menunjukkan gejala sakit. Parameter p pada model ini menunjukkan proporsi individu yang terinfeksi tanpa gejala. Sedangkan parameter η menunjukkan laju transmisi setelah masa inkubasi menjadi *infectious*. Pada model ini diasumsikan penyakit COVID-19 hanya menyebabkan kematian individu pada kelompok terinfeksi dengan gejala, sedangkan individu pada kelompok terinfeksi tanpa gejala akan mengalami kesembuhan. Laju kematian individu akibat COVID-19 dalam kelompok terinfeksi dengan gejala dinyatakan dengan δ dan laju kesembuhannya dinyatakan dengan γ . Sedangkan laju kesembuhan individu dalam kelompok terinfeksi tanpa gejala dinyatakan dengan α . Semua individu dalam setiap kelompok akan mengalami kematian dengan laju kematian alami μ . Berdasarkan penjelasan tersebut, model matematika dapat disajikan dalam sistem persamaan diferensial berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \pi - \beta S(I + A) - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta S(I + A) - (\eta + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} &= (1 - p)\eta E - (\gamma + \delta + \mu)I \\ \frac{dA}{dt} &= p\eta E - (\alpha + \mu)A \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I + \alpha A - \mu R.\end{aligned}\tag{1}$$

Dengan kondisi awal

$$S(0), E(0), I(0), A(0), R(0) \geq 0.$$

2. Eksistensi dan kestabilan titik ekuilibrium

Model (1) memiliki 2 titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit $E_0 = \left(\frac{\pi}{\mu}, 0, 0, 0, 0\right)$ dan titik ekuilibrium endemik $(S^*, E^*, I^*, A^*, R^*)$ dengan

$$\begin{aligned}
 S^* &= \frac{(\alpha + \mu)((1-p)\eta - (\gamma + \delta + \mu)(\eta + \mu))}{\beta\eta(\gamma + \delta + \mu)}, \\
 E^* &= \frac{(\alpha + \mu)(\pi - \mu S^*)}{p\eta K S^*}, \\
 I^* &= \frac{(1-p)(\alpha + \mu)(\pi - \mu S^*)}{(\gamma + \delta + \mu)p K S^*}, \\
 A^* &= \frac{(\pi - \mu S^*)}{K S^*}, \\
 R^* &= \frac{(\pi - \mu S^*)}{\mu K S^*} \left(\alpha + \frac{(\gamma(1-p)(\alpha + \mu))}{p(\gamma + \delta + \mu)} \right),
 \end{aligned} \tag{2}$$

dengan

$$K = \frac{\beta(1-p)(\alpha + \mu) + \beta p(\gamma + \delta + \mu)}{p(\gamma + \delta + \mu)}.$$

Berikut dicari angka reproduksi dasar yang didefinisikan sebagai rata-rata banyaknya individu yang terinfeksi akibat adanya satu kasus individu terinfeksi dalam suatu populasi rentan terinfeksi dan dapat dicari dengan metode *Next Generation Matrix* (NGM). Dengan menerapkan prosedur NGM diperoleh

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \beta S(I + A) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} (\eta + \mu)E \\ -(1-p)\eta E + (\gamma + \delta + \mu)I \\ -p\eta E + (\alpha + \mu)A \end{bmatrix}.$$

NGM didefinisikan sebagai FM^{-1} dengan F dan M masing-masing adalah matriks Jacobi dari $\mathcal{F}$ dan $\mathcal{M}$ di titik ekuilibrium bebas penyakit. Angka reproduksi dasar merupakan nilai eigen dominan (*spectral radius*) dari matrik FM^{-1} , yaitu

$$R_0 = \rho(FM^{-1}) = \frac{\beta\pi\eta}{\mu(\eta + \mu)} \left(\frac{1-p}{\gamma + \delta + \mu} + \frac{p}{\alpha + \mu} \right) \tag{3}$$

Dalam bentuk sederhana, R_0 dapat dinyatakan sebagai:

$$R_0 = R_1 + pR_2 \tag{4}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{\beta\pi(1-p)\eta}{\mu(\eta + \mu)(\gamma + \delta + \mu)} \\
 R_2 &= \frac{\beta\pi\eta}{\mu(\eta + \mu)(\alpha + \mu)}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya akan dilakukan analisis kestabilan titik ekuilibrium. Kestabilan ditentukan dengan memperhatikan bagian real dari nilai eigen dari matriks Jacobi di titik ekuilibrium. Titik ekuilibrium dikatakan stabil asimtotik lokal jika dan hanya jika semua bagian real nilai eigen dari matriks Jacobi bernilai negatif. Berikut diberikan teorema kestabilan titik ekuilibrium.

- a. Teorema 1. Titik ekuilibrium E_0 stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil jika $R_0 > 1$.

Bukti:

$$J = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\frac{\beta\pi}{\mu} & -\frac{\beta\pi}{\mu} & 0 \\ 0 & -\eta - \mu & \frac{\beta\pi}{\mu} & \frac{\beta\pi}{\mu} & 0 \\ 0 & (1-p)\eta & -(\gamma + \delta + \mu) & 0 & 0 \\ 0 & p\eta & 0 & -\alpha - \mu & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & \alpha & -\mu \end{bmatrix}$$

dari matriks Jacobian diperoleh persamaan karakteristik,

$$(\lambda + \mu)^2(\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3) = 0$$

sehingga, diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = \lambda_2 = -\mu$. Untuk persamaan polinomial orde 3 diperoleh menggunakan Kriteria Rout-Hurwitz sebagai berikut:

$$(\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3) = 0,$$

dengan

$$a_1 = \alpha + \gamma + \delta + \eta + 3\mu$$

$$a_2 = 2\mu^2 + \eta\delta + \delta\alpha + \eta\gamma + \mu\alpha + \gamma\alpha + \eta\mu + 2\gamma\mu + 2\delta\mu + (\eta + \mu)(\alpha + \mu)(1 - R_2)$$

$$a_3 = (\gamma + \delta + \mu)(\eta + \mu)(1 - R_0)$$

Jika $R_0 > 1$, dengan syarat terdapat paling sedikit satu nilai eigennya memiliki bagian real positif, sehingga sistem tidak stabil. Sebaliknya, jika $R_0 < 1$, maka $a_i > 0$, $i = 0,1,2,3$, semua nilai eigennya memiliki bagian real negatif.

Untuk menunjukkan kestabilan titik ekuilibrium E_1 , diberikan

$$b_2 = 2(\delta\mu + \mu\eta + \mu\alpha + \mu\gamma) + R_0(\delta\mu + \mu\eta + \mu\alpha + \mu\gamma) + \delta\alpha + \alpha\eta + \eta\delta + \gamma\alpha + \eta\gamma + 3\mu^2 + 3R_0\mu^2 - \frac{\beta\eta\pi}{R_0\mu}$$

$$b_3 = R_0(2\mu^2\delta + 2\mu^2\eta + 2\mu^2\alpha + 2\mu^2\gamma + \mu\delta\alpha + \mu\eta\alpha + \mu\eta\delta + \mu\gamma\alpha + \mu\eta\gamma + 3\mu^3) - \frac{\beta\eta\pi}{R_0}. \quad (5)$$

Selanjutnya Kestabilan titik ekuilibrium E_1 diberikan dalam teorema berikut.

- b. Teorema 2. Misalkan $b_2 > 0, b_3 > 0$. Titik ekuilibrium E_1 stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$.
Bukti:

Dengan menggunakan matriks Jacobian diperoleh persamaan karakteristik,

$$(\lambda + \mu)(\lambda^4 + b_1\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_3\lambda + b_4) = 0$$

sehingga, diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = -\mu$. Untuk persamaan polinomial orde 4 diperoleh menggunakan Kriteria Rout-Hurwitz sebagai berikut:

$$(\lambda^4 + b_1\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_3\lambda + b_4) = 0,$$

dengan

$$b_1 = \alpha + \gamma + \delta + \eta + 3\mu + R_0\mu$$

$$b_2 = 2(\delta\mu + \mu\eta + \mu\alpha + \mu\gamma) + R_0(\delta\mu + \mu\eta + \mu\alpha + \mu\gamma) + \delta\alpha + \alpha\eta + \eta\delta + \gamma\alpha + \eta\gamma + 3\mu^2 + 3R_0\mu^2 - \frac{\beta\eta\pi}{R_0\mu}$$

$$b_3 = R_0(2\mu^2\delta + 2\mu^2\eta + 2\mu^2\alpha + 2\mu^2\gamma + \mu\delta\alpha + \mu\eta\alpha + \mu\eta\delta + \mu\gamma\alpha + \mu\eta\gamma + 3\mu^3) - \frac{\beta\eta\pi}{R_0}$$

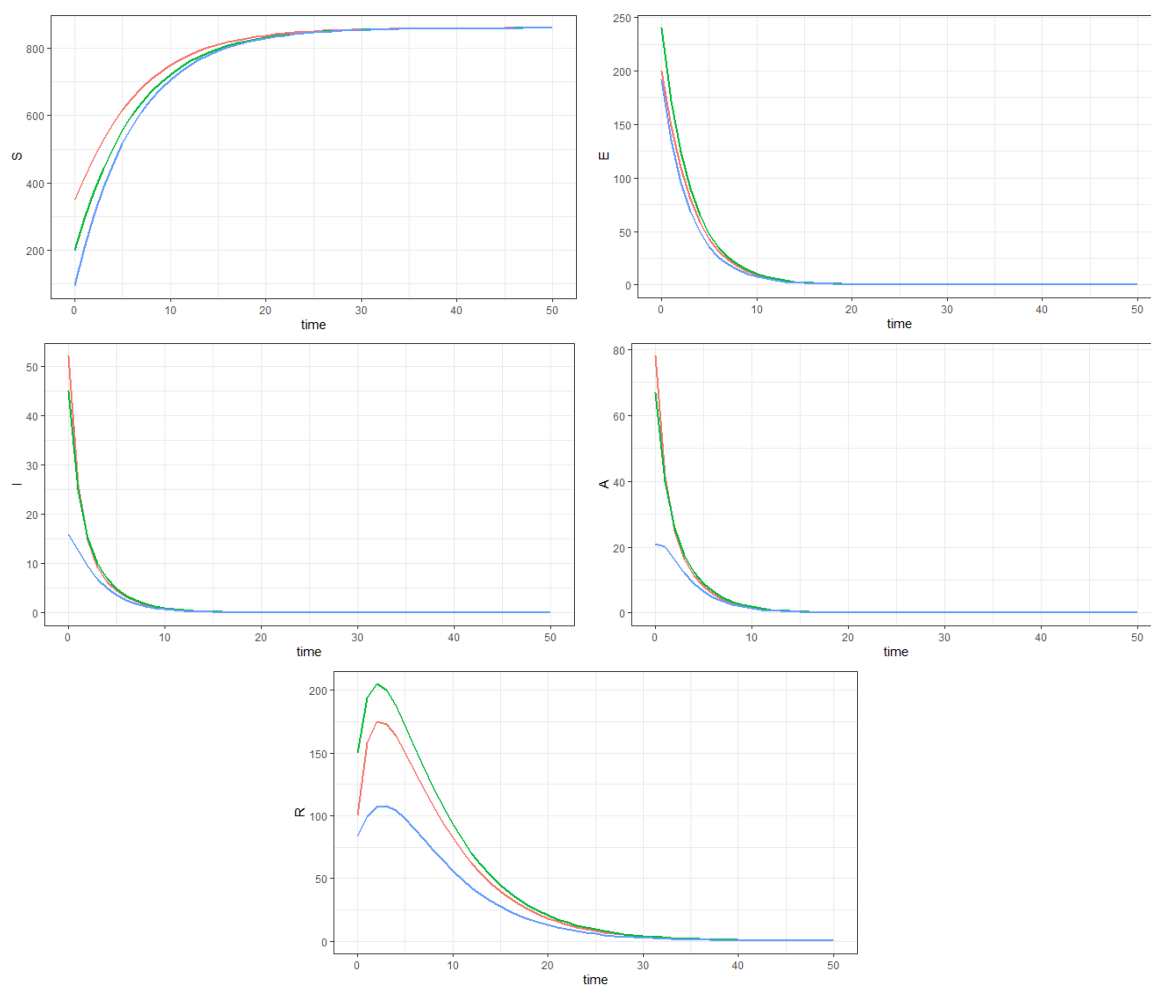
$$b_4 = (R_0 - 1)\mu(\gamma + \delta + \mu)(\eta + \mu)(\alpha + \mu)$$

Mengingat $b_2, b_3 > 0$, maka $b_i > 0, i = 1, 2, 3, 4$, jika $R_0 > 1$. Dengan demikian semua nilai eigen matriks Jacobian di titik E_1 memiliki bagian real negatif. Hal ini membuktikan bahwa E_1 stabil asimtotik lokal.

3. Simulasi Numerik

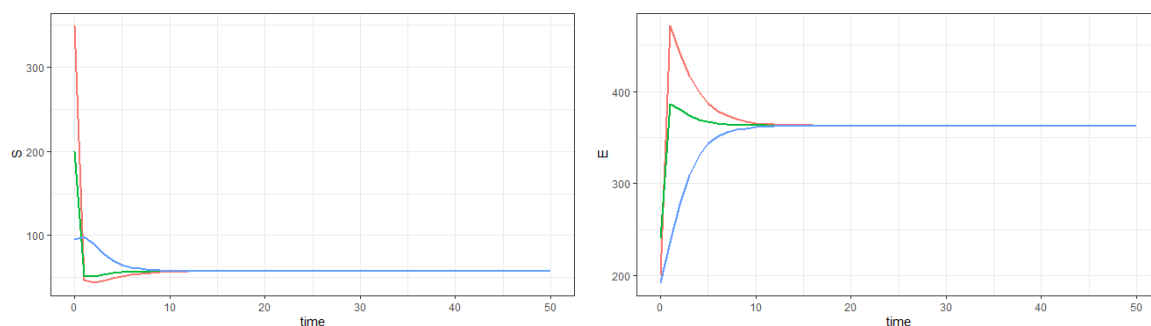
Simulasi pada penelitian ini menggunakan software rstudio dan nilai parameter dari berbagai referensi terpercaya berdasarkan kasus *real* COVID-19 yang dilaporkan dan telah dipublikasikan. Simulasi ini dapat memberikan gambaran geometris dari kestabilan titik-titik kesetimbangan pada model dinamika ini. Dalam penelitian ini dianalisis dinamika virus COVID-19 untuk dua keadaan yang berbeda, yaitu saat keadaan terdapat bebas penyakit dan saat keadaan endemik. Pada simulasi ini akan dilakukan verifikasi teori yang sebelumnya sudah dijabarkan kemudian memprediksi kasus COVID-19 di Yogyakarta.

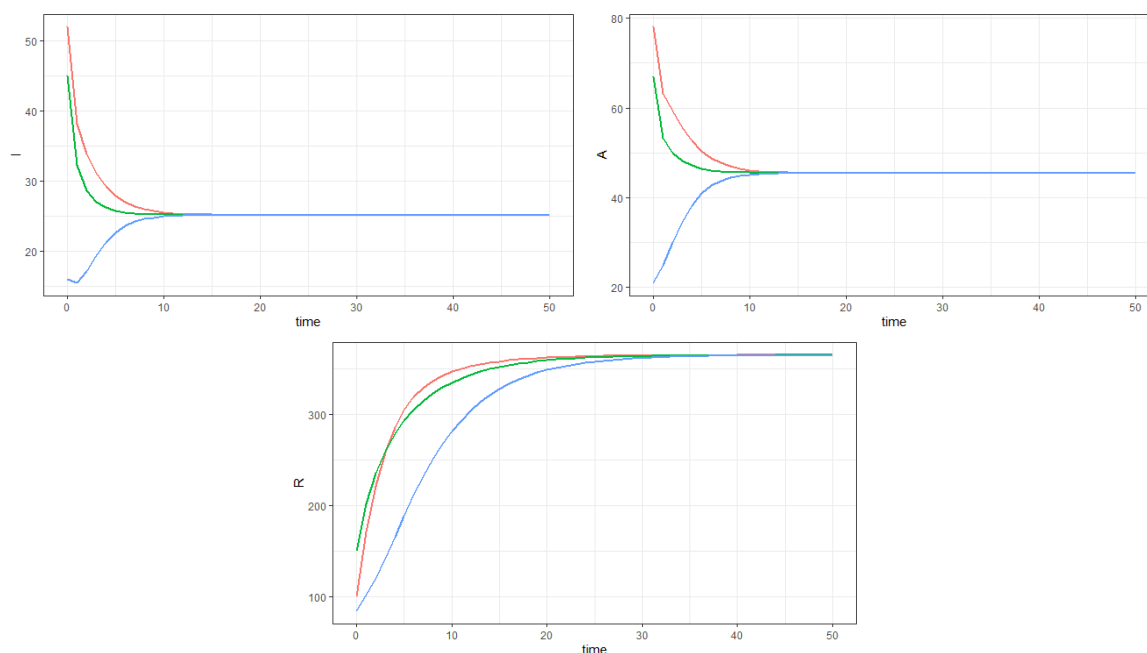
Pada simulasi ini dengan menggunakan syarat awal yang berbeda. Nilai parameter yang digunakan pada Tabel 4.2 dengan mengubah nilai parameter $\mu = 0,1653$ dan $\beta = 0,000327$ sehingga diperoleh nilai $R_0 = 0,15$ pada titik bebas penyakit E_0 .



Gambar 2. Kestabilan penyebaran COVID-19 pada titik ekuilibrium E_0 .

Pada simulasi ini dengan menggunakan syarat awal yang berbeda. Nilai parameter yang digunakan pada Tabel 4.2 dengan mengubah nilai parameter $\mu = 0,1653$ dan $\beta = 0,0327$ sehingga diperoleh nilai $R_0 = 15$ pada titik bebas penyakit E_1 .





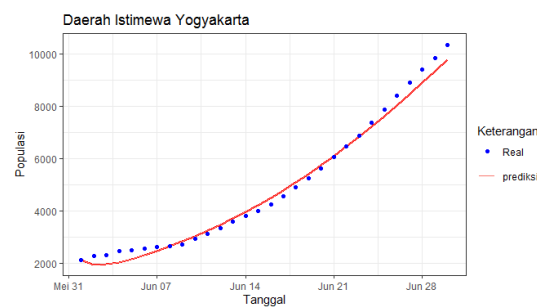
Gambar 3. Kestabilan penyebaran COVID-19 pada titik ekuilibrium E_1 .

Selanjutnya, akan dilakukan prediksi pada penyebaran COVID-19 dengan parameter yang sesuai dengan data di Yogyakarta dan beberapa parameter diestimasi serta diasumsikan untuk mendapatkan hasil simulasi yang lebih realistis. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik DIY, dilaporkan pada juli 2021 jumlah penduduk Yogyakarta adalah 3.888.288 dengan rata-rata harapan hidup 74,99 tahun (13). Oleh karena itu, laju kematian alami $\mu = 0,00003653$ perhari kemudian laju rekrutmen $\pi = 142$ perhari. Kemudian laju pemulihan disertai gejala pada interval $0,83 \leq \gamma \leq 0,93$ perhari, laju kematian terinfeksi pada interval $0,0235 \leq \delta \leq 0,0264$ perhari, masa inkubasi pada interval $0,17 \leq \eta \leq 0,2$ perhari. Dengan mengasumsikan bahwa $0,6 \leq p \leq 0,8$ perhari, $1,44 \times 10^{-8} \leq \beta \leq 1,44 \times 10^{-2}$ perhari, dan $0,84 \leq \alpha \leq 0,96$ perhari.

Tabel 1. Nilai Parameter

<i>Parameter</i>	<i>Nilai Parameter</i>	<i>Sumber</i>
π	142	Estimasi
μ	$3,653 \times 10^{-5}$	Estimasi
β	0,000000327	Asumsi
η	0,2	Estimasi
p	0,643	Asumsi
γ	0,84	Estimasi
α	0,86	Asumsi
δ	0,0242	Estimasi

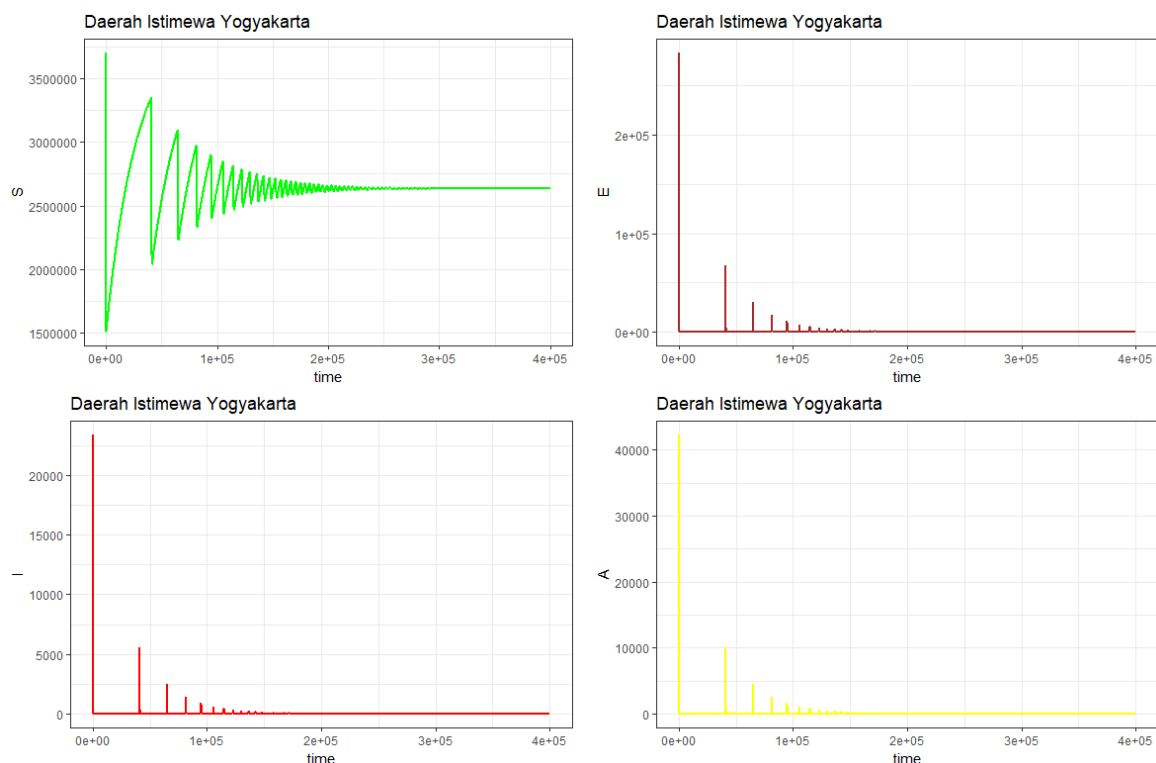
Dengan menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 1, diperoleh estimasi bilangan reproduksi dasar diperkirakan sebesar $R_0 = 1,48$.

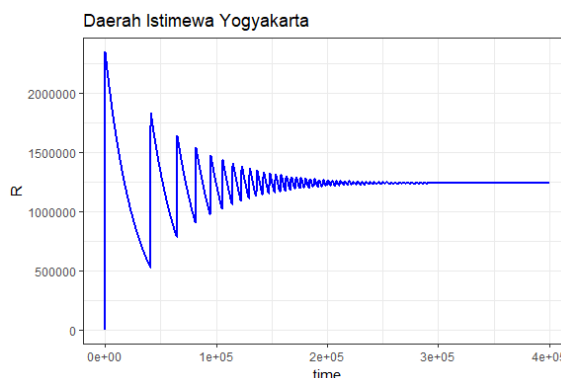


Gambar 4. Perbandingan Kasus Real dan Prediksi COVID-19 di Yogyakarta.

Data yang digunakan adalah data harian COVID-19 pada tanggal 1 Juni sampai 30 Juni di Yogyakarta (12). Hasil data prediksi dengan data real diperoleh nilai MAPE (*Mean Absolute Percent Error*) sebesar 5,1% dibawah 10% yang artinya model prediksi sangat baik. Kasus harian COVID-19 di Yogyakarta pada bulan Juni 2021 mengalami peningkatan. Hal yang sama juga berlaku pada hasil perhitungan dengan menggunakan pemodelan SEIAR.

Selanjutnya, nilai awal yang digunakan pada model untuk memprediksi kasus COVID-19 di Yogyakarta adalah $S(0) = 3.704.215$, $E(0) = 150.178$, $I(0) = 10.860$, $A(0) = 16670$, dan $R(0) = 365$ dengan melihat sifat kestabilan dari setiap kelas populasi terhadap dinamika penyebaran COVID-19. Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa populasi menuju titik kesetimbangan endemik atau stabil disekitar titik endemik.

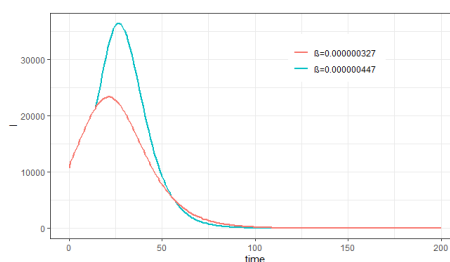




Gambar 5. Perbandingan Kasus Real dan Prediksi COVID-19 di Yogyakarta.

Berdasarkan Gambar 5 bahwa populasi menuju titik kesetimbangan endemik atau stabil disekitar titik endemik. Populasi manusia yang rentan terhadap virus corona stabil pada kondisi $S \approx 2.635.133$, populasi manusia terpapar dalam masa inkubasi stabil pada kondisi $E \approx 229$, populasi manusia terinfeksi tanpa gejala klinis dan populasi manusia terinfeksi disertai gejala klinis stabil stabil pada kondisi $I \approx 19$ dan $A \approx 34$, dan populasi manusia sembuh stabil pada kondisi $R \approx 1.239.287$.

Perbedaan kasus real dan prediksi menggunakan model SEIAR cukup jauh karena kondisinya berbeda dengan bulan juni seperti yang tengah dilaporkan oleh pemerintah DIY bahwa pada pertengahan bulan juli varian delta virus COVID-19 mulai masuk di Yogyakarta yang mengakibatkan tingginya lonjakan kasus COVID-19 di DIY. Selanjutnya, akan dilakukan simulasi dengan menaikkan nilai parameter laju infeksi menggunakan nilai awal hasil prediksi pada 15 Juli 2021. Berikut merupakan hasil simulasinya:



Gambar 6. Simulasi Perubahan Nilai Laju Infeksi.

Pada Gambar 6 menunjukkan perbedaan kasus *Infected* pada saat $\beta = 0.000000447$ dengan nilai awal pada 15 juli sehingga diperoleh nilai $R_0 = 2$. Dengan menaikkan nilai parameter β kasus prediksi dan kasus real tidak jauh berbeda sehingga, dapat disimpulkan bahwa laju infeksi sebelum dan setelah tanggal 15 juli berbeda.

Pada penelitian ini akan dilakukan analisis sensitivitas dari parameter-parameter terhadap *basic reproduction number*. Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui parameter-parameter yang berpengaruh terhadap variabel R_0 . Pada bagian ini akan dianalisis

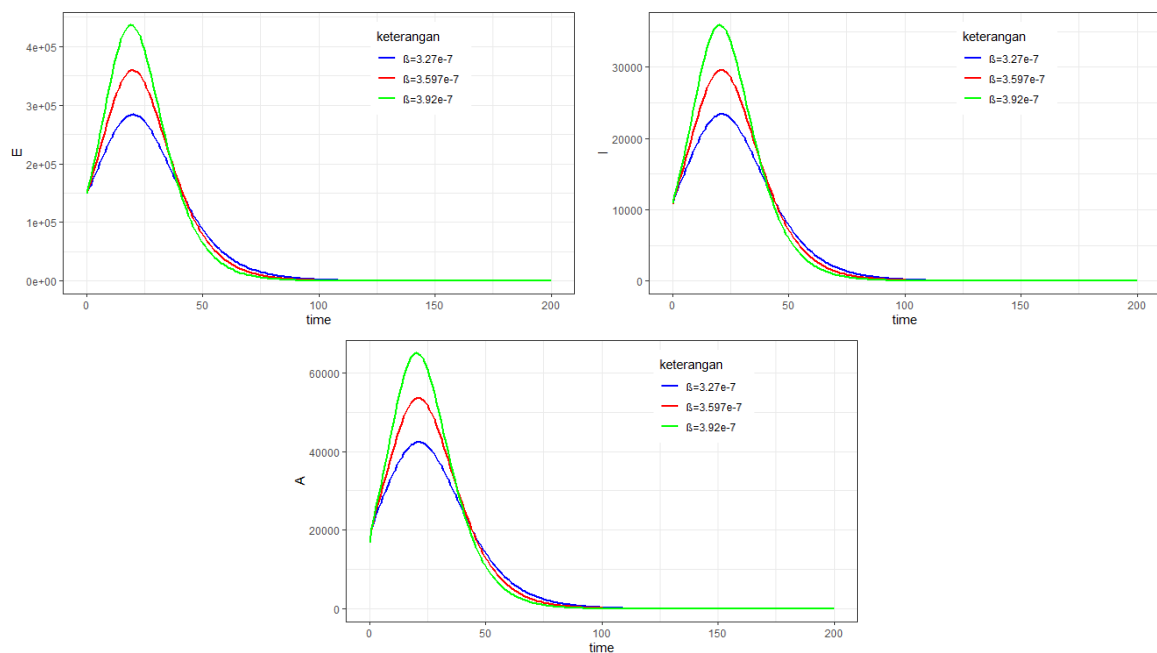
kesensitifan parameter-parameter terhadap *basic reproduction number*. Indeks sensitivitas dari parameter $\alpha, \mu, \beta, \pi, \eta, \gamma, \delta, p$ terhadap R_0 .

$$C_{\alpha}^{R_0} = \frac{\partial R_0}{\partial \alpha} \times \frac{\alpha}{R_0}$$

Tabel 1. Hasil Analisis Sensitivitas

<i>Parameter</i>	<i>Indeks Sensitivitas</i>
α	-0,6440901475
μ	-0.2549499061
β	+1
η	0,0001826166
π	+1
γ	-0,3459021741
p	0,003130269819

Tabel 2 merupakan indeks sensitivitas yang berhubungan dengan parameter (meningkat atau menurun) yang dapat menyebabkan peningkatan atau penurunan terhadap nilai R_0 . Tanda positif menunjukkan bahwa nilai parameter meningkat akan mengakibatkan nilai R_0 juga akan meningkat sebaliknya, nilai parameter menurun akan mengakibatkan nilai R_0 juga akan menurun. $C_{\beta}^{R_0}$ artinya, dengan menaikkan nilai β sebesar 20% akan menaikkan nilai R_0 sebesar 20%. Nilai $\beta = 0,000000327$ meningkat sebesar 20% menjadi $\beta = 0,000000392$ maka nilai dari R_0 yang semula sebesar 1,48 akan bertambah sebesar 20% menjadi 1,78.



Gambar 7. Perubahan Nilai Parameter β .

Pada Gambar 7 dapat dilihat bahwa perubahan nilai parameter β sebesar 10% dan 20% pada populasi masa inkubasi (E), populasi terinfeksi dengan gejala (I), dan populasi terinfeksi tanpa gejala (A). Semakin kecil nilai β maka kasus pada populasi E, I, A semakin kecil walaupun waktunya semakin lama. Sebaliknya, semakin besar nilai β maka kasus pada populasi E, I, A semakin besar walaupun waktunya semakin cepat. Perubahan nilai β memberikan pengaruh yang signifikan terhadap perubahan pada populasi E, I , dan A . Oleh karena itu, untuk menekan laju infeksi pemerintah Yogyakarta perlu mengurangi mobilitas masyarakat agar tidak terjadi lonjakan kasus dan penyebaran COVID-19 dapat terkendali dengan baik.

Simpulan

Model matematika pada penyebaran COVID-19 di Yogyakarta menggunakan model SEIAR yang terdiri dari lima sistem persamaan dengan lima variabel dan tujuh parameter. Berdasarkan model yang digunakan diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu bebas penyakit $E_0 = (\pi\mu, 0, 0, 0, 0)$ dan endemik $E_1 = (S^*, E^*, I^*, A^*, R^*)$. Analisis kestabilan titik kesetimbangan menunjukkan titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal pada saat $R_0 < 1$ dan tidak stabil pada saat $R_0 > 1$. Prediksi penyebaran COVID-19 di Yogyakarta diperoleh nilai $R_0 = 1,48$. Pada model matematika SEIAR diprediksi puncak epidemi COVID-19 yang dikonfirmasi terinfeksi akan mencapai sekitar 23396 kasus. Parameter yang paling berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar R_0 , yaitu laju infeksi (β). Oleh karena itu, pemerintah Daerah Istimewa Yogyakarta perlu mengurangi mobilitas masyarakat agar dapat menekan laju infeksi dan perlu adanya intervensi dari tenaga medis agar dapat mempercepat kesembuhan.

Daftar Pustaka

- [1] WHO, "Coronavirus disease (COVID-19)," WHO.
- [2] Kemenkes, "Kesiapsiagaan Menghadapi Infeksi Covid-19," Kemenkes.
- [3] D. Aldila *et al.*, "Chaos, Solitons and Fractals A mathematical study on the spread of COVID-19 considering social distancing and rapid assessment : The case of Jakarta, Indonesia," *Chaos, Solitons Fractals Interdiscip. J. Nonlinear Sci. Nonequilibrium Complex Phenom.*, vol. 139, p. 110042, 2020, doi: 10.1016/j.chaos.2020.110042.

-
- [4] I. Nurlaila, A. A. Hidayat, and B. Pardamean, "Lockdown strategy worth lives : The SEIRD modelling in COVID-19 outbreak in Indonesia Lockdown strategy worth lives : The SEIRD modelling in COVID-19 outbreak in Indonesia," 2021, doi: 10.1088/1755-1315/729/1/012002.
- [5] M. Z. Ndi and Y. A. R. I. Adi, "Modelling the transmission dynamics of covid-19 under limited resources," pp. 1–24, 2020.
- [6] A. R. Nuha and L. Yahya, "Analisis Dinamik Model Transmisi COVID-19 dengan Melibatkan Intervensi Karantina," vol. 3, no. 1, pp. 66–79, 2021.
- [7] M. Abrori, "A Mathematical Model of the Covid-19 Cases in Indonesia (Under and Without Lockdown Enforcement)," vol. 9, no. 1, pp. 15–19, 2020, doi: 10.14421/biomedich.2020.91.15-19.
- [8] Y. A. Adi and M. Z. Ndi, "Modeling and Prediction of COVID-19 with a Large Scale Social Distancing," vol. 9, no. 1, pp. 1–9, 2020, doi: 10.14421/fourier.2020.91.1-9.
- [9] S. Annas, M. I. Pratama, M. Rifandi, W. Sanusi, and S. Side, "Stability Analysis and Numerical Simulation of SEIR Model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia," *Chaos, Solitons Fractals Interdiscip. J. Nonlinear Sci. Nonequilibrium Complex Phenom.*, p. 110072, 2020, doi: 10.1016/j.chaos.2020.110072.
- [10] N. Anggriani, M. Z. Ndi, R. Amelia, and W. Suryaningrat, "A mathematical COVID-19 model considering asymptomatic and symptomatic classes with waning immunity," *Alexandria Eng. J.*, vol. 61, no. 1, pp. 113–124, 2021, doi: 10.1016/j.aej.2021.04.104.
- [11] F. Adi-Kusumo, N. Susyanto, I. Endrayanto, and A. Meliala, "Model Berbasis Sir Dalam Prediksi Awal Penyebaran Covid-19 Di Daerah Istimewa Yogyakarta (Diy)," *J. Mat. Thales*, vol. 2, no. 1, pp. 1–10, 2020, doi: 10.22146/jmt.55820.
- [12] D. Kesehatan DIY, "Data Terkait COVID-19 di D.I. Yogyakarta," Dinas Kesetahan DIY.

-
- [13] B. DIY, “Badan Pusat Statistik Daerah Istimewa Yogyakarta,” BPS Provinsi DIY.