

## Penerapan Suku Bunga Skotastik Model Vasicek Dalam Menghitung Premi Ansuransi Joint Life

Septia Cahaya Sari Sipayung<sup>a,1,\*</sup>, Talitha Nakhwan Hasibuan<sup>b,2</sup>, Trinita Melyana Hutagalung<sup>c,3</sup>, Sudianto Manullang, S.Si., M.Sc<sup>d,4</sup>

<sup>a</sup> Universitas Negeri Medan, Indonesia;

<sup>b</sup> Universitas Negeri Medan, Indonesia;

<sup>c</sup> Universitas Negeri Medan, Indonesia.

<sup>d</sup> Dosen FMIPA Universitas Negeri Medan, Indonesia

<sup>1</sup> [septiacahayasari@gmail.com](mailto:septiacahayasari@gmail.com); <sup>2</sup> [talithahsb@gmail.com](mailto:talithahsb@gmail.com); <sup>3</sup> [trinitamelyana20@gmail.com](mailto:trinitamelyana20@gmail.com).

\*Correspondent Author

### KATAKUNCI

Asuransi joint life  
Cadangan Premi  
Model Vasicek

### KEYWORDS

Joint Life Insurance  
Premium Reserve  
Vasicek Model

### ABSTRAK

Asuransi merupakan instrumen keuangan yang memberikan perlindungan finansial terhadap risiko yang tidak dapat diprediksi, seperti kecelakaan, bencana alam, penyakit, dan kematian. Risiko ini dapat diminimalkan melalui asuransi, yang merupakan perjanjian antara perusahaan asuransi dan pemegang polis. Dalam konteks asuransi jiwa, penelitian ini menggunakan model suku bunga Vasicek untuk menghitung premi asuransi jiwa joint life bagi dua peserta, di mana Ari (x) memulai kontrak pada usia 25 tahun, sementara Budi (y) memulai pada usia 30 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi ini adalah 15 tahun dengan harga pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000, premi diestimasi sebesar Rp 9.628.425,00. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa perbedaan usia tertanggung dan lama kontrak serta fluktuasi suku bunga memiliki pengaruh signifikan terhadap nilai premi asuransi jiwa. Studi ini memberikan wawasan tentang faktor-faktor yang memengaruhi premi asuransi jiwa joint life, dengan menggunakan model Vasicek dan tabel mortalitas Indonesia 2019.

### *Application of the Vasicek Model of Scotch Interest Rates in Calculating Joint Life Insurance Premiums*

Insurance is a financial instrument that provides financial protection against unpredictable risks, such as accidents, natural disasters, illness and death. This risk can be minimized through insurance, which is an agreement between the insurance company and the policyholder. In the context of life insurance, this research uses the Vasicek interest rate model to calculate joint life insurance premiums for two participants, where Ari (x) started the contract at the age of 25 years, while Budi (y) started at the age of 30 years. The term of this insurance contract is 15 years with a coverage price of Rp. 100,000,000, the premium is estimated at Rp 9,628,425.00. The calculation results show that differences in the age of the insured and the length of the contract as well as fluctuations in interest rates have a significant influence on the value of life insurance premiums. This study provides insight into the factors that influence joint life insurance premiums, using the Vasicek model and the 2019 Indonesian mortality table.

This is an open-access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



## Pendahuluan

Pada dasarnya, ada berbagai peristiwa yang tidak bisa diprediksi ataupun dihindari, seperti kecelakaan, bencana alam, penyakit, ataupun kematian. Istilah ini dikenal dengan sebutan "Risiko", di mana untuk meminimalkannya diperlukan asuransi yang akan memberikan bantuan finansial kepada pemegang polis[1]. Asuransi merupakan perjanjian antara perusahaan asuransi (pihak menjamin) dengan pemegang polis (pihak yang dijamin), untuk menerima sejumlah uang premi sebagai bentuk tanggung jawab dan pengganti kerugian, yang mungkin akan diderita oleh yang pemegang polis akibat suatu peristiwa yang tidak bisa diprediksi [2]. Asuransi juga menawarkan pembayaran berdasarkan pada kematian atau kondisi yang diasuransikan, dengan nilai manfaat yang telah ditentukan berdasarkan pengelolaan dana yang dilakukan [3]. Premi asuransi jiwa dibedakan menjadi premi Tunggal dan premi tahunan[4]. Besarnya premi yang harus dibayarkan oleh tertanggung telah ditetapkan oleh Perusahaan asuransi berdasarkan kondisi tertanggung[5]. Ada dua jenis asuransi utama, yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Asuransi jiwa tunggal adalah perjanjian asuransi yang terfokus pada kondisi kehidupan dan kematian seseorang, melibatkan hanya satu individu dalam polisnya[6]. Sedangkan Asuransi jiwa gabungan adalah kesepakatan asuransi yang terkait dengan situasi di mana ketentuan mengenai kehidupan dan kematian melibatkan dua faktor atau lebih, seperti pasangan suami-istri atau hubungan orang tua-anak [7]. Asuransi joint life merupakan polis asuransi yang melibatkan perlindungan untuk dua jiwa atau lebih, dengan santunan yang dibayarkan jika salah satu tertanggung meninggal dunia [8]. Joint life adalah kondisi di mana kesempatan seseorang untuk bertahan hidup atau mengalami kematian dipengaruhi oleh lebih dari satu faktor, seperti hubungan antara pasangan, orang tua, dan anak. individual. Asuransi ini menjadi penting sebagai perlindungan keuangan bagi pasangan suami istri yang memiliki penghasilan tetap, sehingga memberikan jaminan finansial saat salah satu dari mereka meninggal dunia. Inilah alasan mengapa asuransi joint life menjadi sebuah kebutuhan yang diperlukan [9].

Penelitian mengenai asuransi joint life yang dilakukan oleh Dewi (2016), telah menjelaskan bahwa dalam menentukan besaran cadangan premi asuransi joint life, hasil penggunaan rumus cadangan premi menunjukkan bahwa jika jangka waktu pembayaran premia dalam 50 tahun

maka polanya adalah jangka waktu pembayaran premi, yaitu 50 tahun bagi peserta laki-laki dan 45 tahun bagi peserta perempuan dengan periode pembayaran premi selama 10 tahun, besaran premi meningkat setiap tahunnya dari tahun ke-1 hingga tahun ke-11. Namun besarnya cadangan premi asuransi berkurang sejak usia 12 tahun hingga akhir hidup tertanggung. Dinamika menarik muncul ketika menghitung cadangan premi berdasarkan usia dan jangka waktu premi suatu polis asuransi joint life [10]. Nilai premi asuransi joint life dengan pertanggung sebesar Rp.100.000.000 dapat dihitung sebagai berikut:

$$P_{vas} = \frac{A_{x,y:n}^1}{\ddot{a}_{xy:n}} (100000000)$$

Adapun simbol-simbol komutasi yang digunakan pada asuransi *joint life*, yaitu sebagai berikut:

- 1)  $D_{x_1, x_2, \dots, x_m} = v^{\frac{1}{m}(x_1 + x_2 + \dots + x_m)} l_{x_1, x_2, \dots, x_m}$
- 2)  $N_{x_1, x_2, \dots, x_m} = \sum_{k=0}^w D_{x_1+k, x_2+k, \dots, x_m+k}$
- 3)  $S_{x_1, x_2, \dots, x_m} = \sum_{k=0}^w N_{x_1+k, x_2+k, \dots, x_m+k}$
- 4)  $C_{x_1, x_2, \dots, x_m} = v^{\frac{1}{m}(x_1 + x_2 + \dots + x_m) + 1} d_{x_1, x_2, \dots, x_m}$
- 5)  $M_{x_1, x_2, \dots, x_m} = \sum_{k=0}^w C_{x_1+k, x_2+k, \dots, x_m+k}$
- 6)  $R_{x_1, x_2, \dots, x_m} = \sum_{k=0}^w M_{x_1+k, x_2+k, \dots, x_m+k}$

Dalam hal ini, tingkat suku bunga yang diperoleh dari jumlah investasi dan biaya pemasaran polis maupun biaya administrasi lainnya yang berkaitan dengan penyelenggaraan polis. Terdapat dua kategori suku bunga: suku bunga tetap dan suku bunga stokastik yang berfluktuasi secara tidak teratur. Dalam konteks tingkat suku bunga stokastik, model yang sering digunakan meliputi model Vasicek dan model CIR [11]. Akan tetapi, pada penelitian ini hanya akan mengkaji pengaplikasian model suku bunga Vasicek pada perhitungan premi asuransi. Jumlah pembayaran pada tahun pertama adalah  $P$  sementara pada tahun kedua pembayarannya adalah  $P + \alpha$ . Pola ini berlanjut hingga tahun ke- $n$ , di mana pembayaran pada tahun tersebut adalah  $P + (n - 1)\alpha$ .

Dalam rincian uang pertanggung (benefit) dari kontrak asuransi ini, terdapat beberapa kondisi [12] :

1. Jika kedua peserta (x dan y) masih hidup setelah n tahun, maka mereka mendapat uang pertanggung sebesar Q rupiah. Ini akan mengakhiri kontrak asuransi.
2. Jika salah satu dari pasangan tersebut meninggal dunia, ada dua cara untuk membayar manfaat:
  - a. Pembayaran dilakukan di akhir tahun saat pasangan tersebut meninggal dunia. Pasangan yang masih hidup (pada awal tahun berikutnya) akan menerima benefit sebesar total premi yang telah dibayarkan.

- b. Pembayaran dilakukan setelah masa pembayaran premi berakhir, yaitu setelah pasangan yang masih hidup mencapai usia  $x + n$  tahun. Jika kedua pasangan meninggal sebelum kontrak selesai, yaitu  $x$  dan  $y$  meninggal, polis akan berakhir dan tidak ada pembayaran lebih lanjut yang akan dilakukan.

Terkait kontrak asuransi ini, nilai tunai melibatkan pendapatan premi dan nilai tunai dari manfaat yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi:

1. Nilai tunai premi tahunan joint life  $P + \dots + (P + (n - 1)\alpha)v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_{xy} = P \cdot \ddot{a}_{xy:n} + \alpha \sum_{t=0}^{n-1} tv^t \cdot {}_t p_{xy}$
2. Nilai tunai pengembalian premi yang dibayarkan oleh pihak penanggung =  $(P \cdot \sum_{t=0}^{n-1} tv^t ({}_t P_{xy-t+1} p_{xy})) + \sum_{t=0}^{n-1} (t\alpha)v^{t+1} ({}_t P_{xy-t+1} p_{xy})$
3. Dengan prinsip ekivalensi besar premi  $(P \cdot \ddot{a}_{xy:n}) + \alpha \sum_{t=0}^{n-1} tv^t \cdot {}_t p_{xy} = Q \cdot A_{xy:\frac{1}{n}} + R_{x:n} | \ddot{a}_{x:n} q_y + R_{y:n} | \ddot{a}_{x:n} q_x + (P \cdot \sum_{t=0}^{n-1} tv^t ({}_{t-1} p_{xy-t} p_{xy})) + \alpha \sum_{t=0}^{n-1} (t)v^{t+1} ({}_t P_{xy-t+1} p_{xy})$

Sehingga premi tahunan yang wajib dibayar oleh peserta asuransi joint life  $P =$

$$\frac{1}{\ddot{a}_{xy:n} | - (\sum_{t=0}^{n-1} tv^t ({}_{t-1} p_{xy-t} p_{xy}))} \cdot \left[ Q \cdot A_{xy:\frac{1}{n}} + R_{x:n} | \ddot{a}_{x:n} q_y + R_{y:n} | \ddot{a}_{x:n} q_x + \sum_{t=0}^{n-1} (t\alpha)v^{t+1} ({}_t P_{xy-t+1} p_{xy}) - \alpha \sum_{t=0}^{n-1} (t)v^t {}_t P_{xy} \right]$$

Peluang seseorang berusia  $x$  dan  $y$  tahun untuk tetap hidup selama  $t$  tahun dinotasikan dengan  ${}_t p_{xy}$  dan diformulasikan dengan:

$$l_{xy} = l_x l_y$$

$$P_{xy} = P_x P_y = \frac{l_{x+1}}{l_x} \frac{l_{y+1}}{l_y} = \frac{l_{xy+1}}{l_{xy}}$$

$${}_t P_{xy} = {}_t P_x {}_t P_y = \frac{l_{x+t}}{l_x} \frac{l_{y+t}}{l_y} = \frac{l_{xy+t}}{l_{xy}}$$

Peluang kematian salah satu dari  $x$  dan  $y$  dalam jangka 1 tahun dinotasikan  $q_{xy}$  dan diformulasikan dengan [13]

$$q_{xy} = 1 - P_{xy} = \frac{l_{xy} - l_{xy+1}}{l_{xy}}$$

Model Vasicek diperkenalkan pertama kali oleh Oldrich Vasicek pada tahun 1977 [14]. Model Vasicek ini didasarkan pada konsep mean reverting, yang menandakan bahwa tingkat bunga cenderung bergerak menuju titik keseimbangan [15]. Definisi model ini diperkenalkan dalam penelitian oleh Zetun (2007) dengan uraian berikut [16]

$$d r(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t), r(0) = r_0$$

Menggunakan persamaan diferensial parsial diperoleh

$$r(t) = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) + \sigma \int_0^t e^{-k(t-u)} dW(u)$$

Ekspektasi dan varsiansi (Bayazit, 2004)

$$E(r(t)) = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) \quad \text{Var}(r(t)) = \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2kt})$$

$$P_1(t) = \exp\left(b(t) - t\left(\sigma - \frac{\sigma^2}{2k}\right) - \frac{\sigma^2 B(t)^2}{4k} - r(0)B(t)\right) \text{ dengan } (t) = \frac{1 - \exp(-kt)}{k}; B(t).$$

Dengan meminimalkan kuadrat eror menjadi  $r_{t+1} - r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma \varepsilon_t$  dengan  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ .

Ditransformasikan dalam bentuk  $r_{t+1} - r_t = k\theta\Delta t - kr_t\Delta t + \sigma\varepsilon_t$ . Proses meminimalkan jumlah kuadrat dari eror  $\sum_{t=1}^{n-1}(\sigma\varepsilon_t)^2$  terhadap  $\hat{k}$  dan  $\hat{\theta}$  sebagai berikut

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4}{(n^2 - 2n + 1 + U_3)\Delta t}$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1)U_2 - U_4U_1}{(n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4)}$$

$$\text{Estimator untuk } \theta \text{ (Maria, 2015), } \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)^2} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k}\sqrt{r_t}$$

Nilai tunai manfaat model vasicek:

$$A_{x,y:n}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v_{k+1} ({}_k p_{x,y} - {}_{k+1} p_{xy})$$

Faktor diskonto dari ROI dihitung dengan persamaan  $dr(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t)$  dan diperoleh nilai  $dr(t)$ . Menghitung  $v_t$ :

$$v_t = \prod_{s=1}^t \frac{1}{(1 + r(s))}$$

Nilai tunai anuitas model Vasicek sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} v_k ({}_k p_{x,y} - {}_{k+1} p_{xy})$$

Dalam penelitian ini, digunakan model suku bunga Vasicek untuk menentukan premi asuransi joint life dengan mempertimbangkan variabel suku bunga. Peserta yang mengikuti asuransi yaitu Adi dan Budi mendaftarkan asuransi di mana Ari (x) memulai kontrak pada usia 25 tahun, sementara Budi (y) memulai pada usia 30 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi ini adalah 15 tahun dengan harga pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000 akan dihitung nilai premi asuransi joint life dengan model vasicek menggunakan tabel mortalitas makeham untuk laki-laki berdasarkan TMI 2019. Dalam tabel ini, dicatat kapan seseorang hidup atau meninggal dalam rentang usia dari  $x_1$  tahun sampai  $x_m$  tahun [17].

## Metode

Peneliti menggunakan tingkat suku bunga *Vasicek* dalam menghitung premi asuransi jiwa *joint life*, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

### 1. Tentukan estimasi suku bunga *Vasicek*

Untuk menghitung estimasi suku bunga *vasicek* dengan rumus:

$$dr(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t)$$

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4}{(n^2 - 2n + 1 + U_3)\Delta t}$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1)U_2 - U_4U_1}{(n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} \right)^2 - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k}\sqrt{r_t}}$$

### 2. Melakukan perhitungan terhadap suku bunga *Vasicek*

Untuk menghitung suku bunga *vasicek* dengan rumus:

$$dr(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t)$$

### 3. Menentukan nilai tunai manfaat model *Vasicek* dengan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 dalam membuat nilai Tabel Mortalitas *joint life*

Rumus Nilai Tunai Manfaat Model *Vasicek*

$$A_{a,b:n}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v_{k+1} ({}_k p_{x,y} - {}_{k-1} p_{xy})$$

### 4. Menentukan nilai tunai anuitas model *Vasicek* dan premi *Vasicek* pada asuransi *joint life*.

## Hasil dan Pembahasan

Adi dan Budi mengambil asuransi bersama, di mana Ari (x) memulai kontrak pada usia 25 tahun, sementara Budi (y) memulai pada usia 30 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi ini adalah 15 tahun dengan harga pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000. Perhitungan Premi asuransi *joint life* menggunakan model *Vasicek*, dengan mempertimbangkan tabel mortalitas Makeham untuk laki-laki berdasarkan data TMI 2019

### 1. Mengestimasi Prameter Suku Bunga *Vasicek*

Estimasi parameter kurs *Vasicek* dihitung menggunakan BI rate Januari 2021 sampai dengan September 2023 sebagai berikut:

**Tabel 1.** Data Bi rate Januari 2021 sampai September 2023

No	Bulan	Tahun	Bunga (%)	$r_t$	No	Bulan	Tahun	Bunga (%)	$r_t$
1	Januari	2021	3.75	0.075	18	Juni	2022	3.50	0.035
2	Februari	2021	3.50	0.035	19	Juli	2022	3.50	0.035
3	Maret	2021	3.50	0.035	20	Agustus	2022	3.75	0.0375
4	April	2021	3.50	0.035	21	September	2022	4.25	0.0425
5	Mei	2021	3.50	0.035	22	Oktober	2022	4.75	0.0475
6	Juni	2021	3.50	0.035	23	November	2022	5.25	0,0525
7	Juli	2021	3.50	0.035	24	Desember	2022	5.50	0,055
8	Agustus	2021	3.50	0.035	25	Januari	2023	5.75	0,0575
9	September	2021	3.50	0.035	26	Februari	2023	5.75	0,0575
10	Oktober	2021	3.50	0.035	27	Maret	2023	5.75	0,0575
11	November	2021	3.50	0.035	28	April	2023	5.75	0,0575
12	Desember	2021	3.50	0.035	29	Mei	2023	5.75	0,0575
13	Januari	2022	3.50	0.035	30	Juni	2023	5.75	0,0575
14	Februari	2022	3.50	0.035	31	Juli	2023	5.75	0,0575
15	Maret	2022	3.50	0.035	32	Agustus	2023	5.75	0,0575
16	April	2022	3.50	0.035	33	September	2023	5.75	0,0575
17	Mei	2022	3.50	0.035					

Sumber: BI

Link: <https://www.bps.go.id/indicator/13/379/3/bi.rate.html>

Diakses tanggal: November,15,2023,1:03pm

Menghitung estimasi suku bunga vasicek:

$$dr(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t)$$

Dari persamaan ini dibutuhkan parameter kappa( $k$ ), teta ( $\theta$ ) dan sigma ( $\sigma$ ) namun disini akan digunakan  $\hat{k}$  sebagai estimator dari  $k$  dan  $\hat{\theta}$  sebagai estimator dari  $\theta$ . Berdasarkan tabel 1 diperoleh nilai  $n = 33$  maka

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n - 1)U_4}{(n^2 - 2n + 1 + U_3)\Delta t}$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1)U_2 - U_4U_1}{(n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} \right)^2 - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k}\sqrt{r_t}}$$

Dengan

$$U_1 = \sum_{t=1}^{33-1} r_t = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_{32} = 0,0375 + 0,035 + 0,035 + \dots + 0,057 = 1,3625$$

$$U_2 = \sum_{t=1}^{33-1} r_{t+1} = r_2 + r_3 + r_4 \dots + r_{32} = 0,035 + 0,035 + 0,035 \dots + 0,057 = 1,325$$

$$U_3 = \sum_{t=1}^{33-1} \frac{1}{r_t} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots + \frac{1}{r_{32}} = \frac{1}{0,0375} + \frac{1}{0,035} + \frac{1}{0,035} + \dots + \frac{1}{0,057}$$

$$= 26,66667 + 28,57143 + 28,57143 + \dots + 17,3913 = 788,561$$

$$U_4 = \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} = \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_3}{r_2} + \frac{r_4}{r_3} \dots + \frac{r_{32}}{r_{31}} = \frac{0,035}{0,0375} + \frac{0,035}{0,035} + \frac{0,035}{0,035} + \dots + \frac{0,0575}{0,0575} = 31,45408$$

maka

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4}{(n^2 - 2n + 1 + U_3)\Delta t}$$

$$\hat{k} = \frac{33^2 - 2(33) + 1 + (1,325)(788,561) - (1,3625)(788,561) - (33-1)(31,45408)}{(33^2 - 2(33) + 1 - 788,561)0,5}$$

$$\hat{k} = 0,019899189$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1)U_2 - U_4U_1}{(n^2 - 2n + 1 + U_2U_3 - U_1U_3 - (n-1)U_4)}$$

$$\hat{\theta} = \frac{(33-1)(1,325) - (31,45408)(1,3625)}{33^2 - 2(33) + 1 + (1,325)(788,561) - (1,3625)(788,561) - (33-1)(31,45408)}$$

$$\hat{\theta} = 0,0345225958$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} \right)^2 - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}} + \hat{k}\sqrt{r_t}}$$

$$\sigma = 0,001637716$$

## 2. Menghitung Suku Bunga Vasicek

$$dr(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t)$$

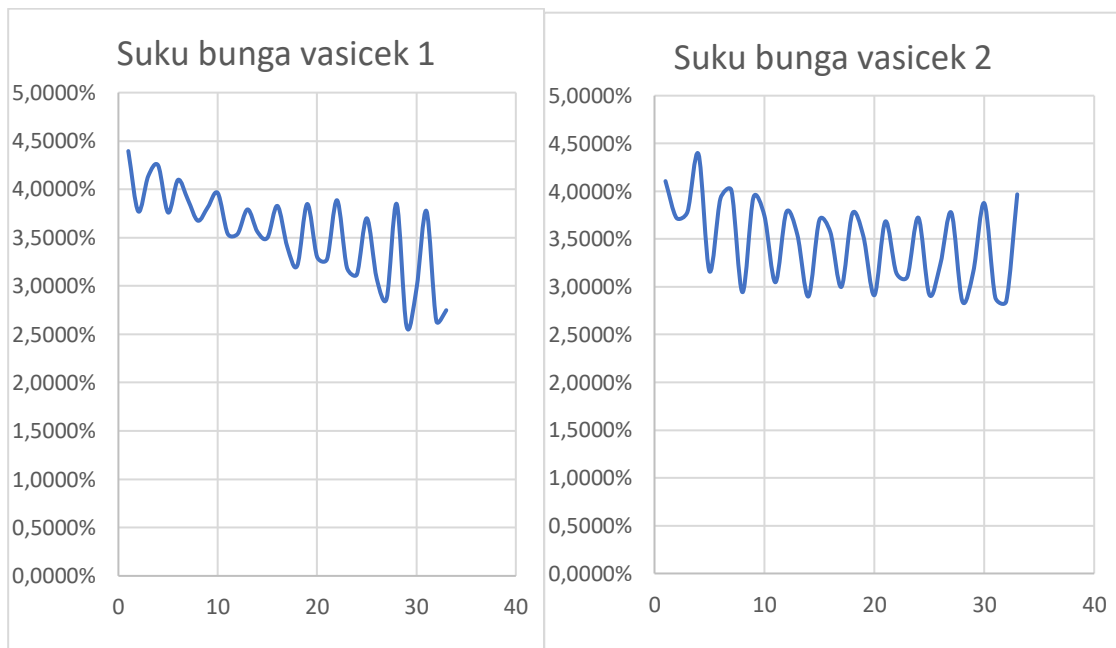
Dengan memanfaatkan Excel, informasi mengenai tingkat suku bunga Vasicek dapat dipresentasikan melalui tabel berikut:



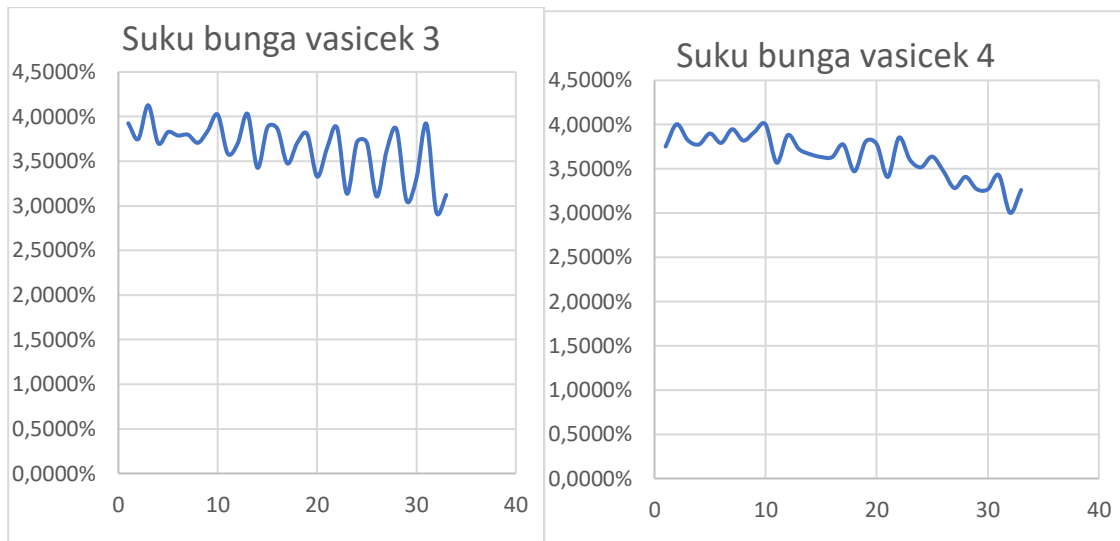
**Tabel 2.** Suku bunga Vasicek

No	Suku Bunga Vasicek (%)	$r_t$	No	Suku Bunga Vasicek (%)	$r_t$	No	Suku Bunga Vasicek (%)	$r_t$
1	3,8616%	0,038616	12	4,1368%	0,041368	23	3,1609%	0,031609
2	4,0579%	0,040579	13	3,7572%	0,037572	24	4,2223%	0,042223
3	4,1278%	0,041278	14	3,3714%	0,033714	25	2,9620%	0,02962
4	3,7790%	0,03779	15	4,0202%	0,040202	26	2,9798%	0,029798
5	4,1371%	0,041371	16	3,5221%	0,035221	27	4,1254%	0,041254
7	3,8989%	0,038989	17	3,3170%	0,03317	28	2,8571%	0,028571
8	3,6329%	0,036329	18	4,0024%	0,040024	29	3,0483%	0,030483
9	4,2771%	0,042771	19	3,5372%	0,035372	30	4,2896%	0,042896
10	3,8822%	0,038822	20	3,1553%	0,031553	31	3,0615%	0,030615
11	3,6483%	0,036483	21	4,2590%	0,04259	32	2,7887%	0,027887

Dalam model vasicek, suku bunga yang skotastik dipengaruhi oleh perubahan skotastik Brownian, sehingga suku bunganya terus berubah. Oleh karena itu suku bunga ini dapat dsajikan pada gambar berikut ini:



**Gambar 1.** Suku bunga vasicek model 1 dan Suku bunga vasicek model 2



Gambar 2. Suku bunga vasicek model 3 dan Suku bunga vasicek model 4

### 3. Besar Nilai Tunai Manfaat Model Vasicek

$$A_{a,b;n}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v_{k+1} (k p_{x,y} - k_1 p_{xy})$$

Faktor diskonto dari ROI dihitung dengan persamaan  $dr(t) = k[\theta - r(t)]dt + \sigma dW(t)$  dan diperoleh nilai  $dr(t)$  nya pada tabel 2 untuk mengitung  $v_t$  digunakan dengan rumus:

$$v_t = \prod_{s=1}^t \frac{1}{(1+r(s))}$$

$$v_1 = \left( \frac{1}{1+r(1)} \right) = \frac{1}{1+(0,038616)} = \frac{1}{1,038616} = 0,962819752$$

$$v_2 = \left( \frac{1}{1+r(1)} \right) \left( \frac{1}{1+r(2)} \right) = (0,962819752) \left( \frac{1}{1+0,040579} \right) = 0,925273095$$

$$v_3 = \left( \frac{1}{1+r(1)} \right) \left( \frac{1}{1+r(2)} \right) \left( \frac{1}{1+r(3)} \right) = (0,925273095) \left( \frac{1}{1+0,041278} \right) = 0,888593724$$

$$v_4 = \left( \frac{1}{1+r(1)} \right) \left( \frac{1}{1+r(2)} \right) \left( \frac{1}{1+r(3)} \right) \left( \frac{1}{1+r(4)} \right) = (0,888593724) \left( \frac{1}{1+0,03779} \right) \\ = 0,856236545$$

$$v_5 = \left( \frac{1}{1+r(1)} \right) \left( \frac{1}{1+r(2)} \right) \left( \frac{1}{1+r(3)} \right) \left( \frac{1}{1+r(4)} \right) \left( \frac{1}{1+r(5)} \right) \\ = (0,856236545) \left( \frac{1}{1+0,041371} \right) = 0,822220462$$

Dengan proses perhitungan yang sama dikarenakan jangka ansuransinya dalam 15 tahun maka faktor diskonto sampai tahun ke 15 disajikan dalam tabel berikut:

**Tabel 3.** Faktor diskonto ROI model vasicek

No	Suku Bunga Vasicek (%)	$r_t$	$v_t$
1	3,8616%	0,038616	0,962819752
2	4,0579%	0,040579	0,925273095
3	4,1278%	0,041278	0,888593724
4	3,7790%	0,03779	0,856236545
5	4,1371%	0,041371	0,822220462
7	3,8989%	0,038989	0,791365897
8	3,6329%	0,036329	0,763624194
9	4,2771%	0,042771	0,732302868
10	3,8822%	0,038822	0,704935848
11	3,6483%	0,036483	0,680122924
12	4,1368%	0,041368	0,653105265
13	3,7572%	0,037572	0,629455368
14	3,3714%	0,033714	0,608926036
15	4,0202%	0,040202	0,585392102

**Tabel 4.** Tabel mortalitas mahekam untuk laki-laki berdasarkan TMI 2019 untuk usia  
 25-45 tahun

x	$q_x$	$p_x$	y	$q_x$	$p_x$
25	0,001725129	0,998274871	30	0,002066534	0,997933466
26	0,001783308	0,998216692	31	0,00215207	0,99784793
27	0,001846149	0,998153851	32	0,002244458	0,997755542
28	0,001914027	0,998085973	33	0,002344246	0,997655754
29	0,001987343	0,998012657	34	0,002452028	0,997547972
30	0,002066534	0,997933466	35	0,002568441	0,997431559
31	0,00215207	0,99784793	36	0,002694177	0,997305823
32	0,002244458	0,997755542	37	0,002829979	0,997170021
33	0,002344246	0,997655754	38	0,002976654	0,997023346
34	0,002452028	0,997547972	39	0,003135068	0,996864932
35	0,002568441	0,997431559	40	0,003306161	0,996693839
36	0,002694177	0,997305823	41	0,003490943	0,996509057
37	0,002829979	0,997170021	42	0,003690509	0,996309491
38	0,002976654	0,997023346	43	0,003906036	0,996093964
39	0,003135068	0,996864932	44	0,004138798	0,995861202

Untuk memperoreh nilai morlalitas joint life dicari dengan cara:

$$p_{25,30} = 0,998274871 \times 0,997933466 = 0,996211902$$

$$q_{25,30} = 1 - 0,996211902 = 0,003788098$$

**Tabel 4.** Tabel Mortalitas Joint life usia *adi* ( $x$ ) = 25 sampai 40 tahun dan usia budi ( $y$ ) = 30 sampai 45 tahun

$(x, y)$	$p_{x,y}$	$q_{x,y}$
25,30	0,996211902	0,003788098
26,31	0,99606846	0,00393154
27,32	0,995913537	0,004086463
28,33	0,995746214	0,004253786
29,34	0,995565502	0,004434498
30,35	0,995370333	0,004629667
31,36	0,995159551	0,004840449
32,37	0,994931915	0,005068085
33,38	0,994686078	0,005313922
34,39	0,994420591	0,005579409
35,40	0,99413389	0,00586611
36,41	0,993824285	0,006175715
37,42	0,993489956	0,006510044
38,43	0,993128937	0,006871063
39,44	0,992739109	0,007260891

Setelah mendapatkan faktor diskonto dan tabel mortalitas, perhitungan nilai manfaat tunai dengan menggunakan model Vasicek dapat dilakukan seperti berikut:

$$A_{x,y:n}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v_{k+1} ({}_k p_{x,y} - {}_{k+1} p_{xy})$$

$$A_{25,30:15}^1 = v_1({}_0 p_{25,30} - {}_1 p_{25,30}) + v_2({}_1 p_{25,30} - {}_2 p_{25,30}) + v_3({}_2 p_{25,30} - {}_3 p_{25,30}) + \dots + v_{15}({}_{14} p_{25,30} - {}_{15} p_{25,30})$$

$$A_{25,30:15}^1 = 0,962819752(1 - 0,996211902) + 0,925273095(0,99606846 - 0,995913537) + 0,888593724(0,995913537 - 0,995746214) + \dots + 0,585392102(0,992739109 - 0,992318186)$$

$$A_{25,30:15}^1 = 0,006293331$$

$$A_{25,30:15}^2 = v_1({}_0 p_{25,30} - {}_1 p_{25,30}) + v_2({}_1 p_{25,30} - {}_2 p_{25,30}) + v_3({}_2 p_{25,30} - {}_3 p_{25,30}) + \dots + v_{14}({}_{13} p_{25,30} - {}_{14} p_{25,30})$$

$$A_{25,30:15}^2 = 0,962819752(1 - 0,99606846) + 0,925273095(0,99606846 - 0,995913537) + 0,888593724(0,995913537 - 0,995746214) + \dots + 0,56547549(0,993128937 - 0,992739109)$$

$$A_{25,30:15}^2 = 0,005842513$$

Dengan perhitungan yang sama sampai

$$A_{25,30:15}^{15} = v_1({}_0p_{25,30} - {}_1p_{25,30}) = 0,962819752(1 - 0,996211902) = 0,003647256$$

Sehingga diperoleh tabel nilai tunai manfaat model vasicek seperti tabel berikut:

**Tabel 5.** Nilai tunai manfaat model vasicek

$(x, y)$	$A_{xy:15}^{vasicek_1}$
25,30	0,006062951
26,31	0,005842513
27,32	0,005631175
28,33	0,005631175
29,34	0,005427594
30,35	0,005045465
31,36	0,004864902
32,37	0,004691602
33,38	0,004524904
34,39	0,004363946
35,40	0,004209495
36,41	0,00406091
37,42	0,003917643
38,43	0,003779979
39,44	0,003647256

#### 4. Nilai Tunai Anuitas Model Vasicek

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{k=0}^{n-1} v_k ({}_k p_{x,y} - {}_{k+1} p_{xy})$$

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{25,30:15} &= v_0({}_0p_{25,30} - {}_1p_{25,30}) + v_1({}_1p_{25,30} - {}_2p_{25,30}) + v_2({}_2p_{25,30} - {}_3p_{25,30}) + \dots \\ &\quad + v_{14}({}_{14}p_{25,30} - {}_{15}p_{25,30}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{25,30:15} &= 1(1 - 0,996211902) + 0,962819752(0,996211902 - 0,99606846) \\ &\quad + 0,925273095(0,99606846 - 0,995913537) + \dots \\ &\quad + 0,585392102(0,993128937 - 0,992739109) \end{aligned}$$

$$\ddot{a}_{25,30:15} = 0,003788098$$

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{25,30:14} &= v_0({}_0p_{25,30} - {}_1p_{25,30}) + v_1({}_1p_{25,30} - {}_2p_{25,30}) + v_2({}_2p_{25,30} - {}_3p_{25,30}) + \dots \\ &\quad + v_{13}({}_{13}p_{25,30} - {}_{14}p_{25,30}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{25,30:14} &= 1(1 - 0,996211902) + 0,962819752(0,996211902 - 0,99606846) \\ &\quad + 0,925273095(0,99606846 - 0,995913537) + \dots \\ &\quad + 0,608926036(0,993489956 - 0,993128937) \end{aligned}$$

$$\ddot{a}_{25,30:14} = 0,006068727$$

Dengan perhitungan yang sama sampai

$$\ddot{a}_{25,30:1} = v_0({}_0p_{25,30} - {}_1p_{25,30}) = 1(1 - 0,996211902) = 0,003788098$$

Tabel berikut menggambarkan nilai tunai manfaat model Vasicek yang dihasilkan melalui proses analisis, sehingga dapat memberikan gambaran secara rinci.

**Tabel 6.** Tabel anuitas model vasicek

$(x, y)$	$\ddot{a}_{xy:15}$
25,30	0,006296929
26,31	0,006068727
27,32	0,005848893
28,33	0,005638448
29,34	0,005436244
30,35	0,005241252
31,36	0,0050541
32,37	0,004874073
33,38	0,004700245
34,39	0,004533439
35,40	0,004372967
36,41	0,004218235
37,42	0,004069553
38,43	0,003926207
39,44	0,003788098

Setelah semua data telah terisi lengkap, nilai premi asuransi joint life dan harga pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000,00 dapat dihitung sebagai berikut:

$$P_{vas} = \frac{A_{x,y:n}^1}{\ddot{a}_{xy:n}} (100000000)$$

$$P_{vas} = \frac{0,006296929}{0,006296929} (100000000)$$

$$P_{vas} = Rp\ 9.628.425$$

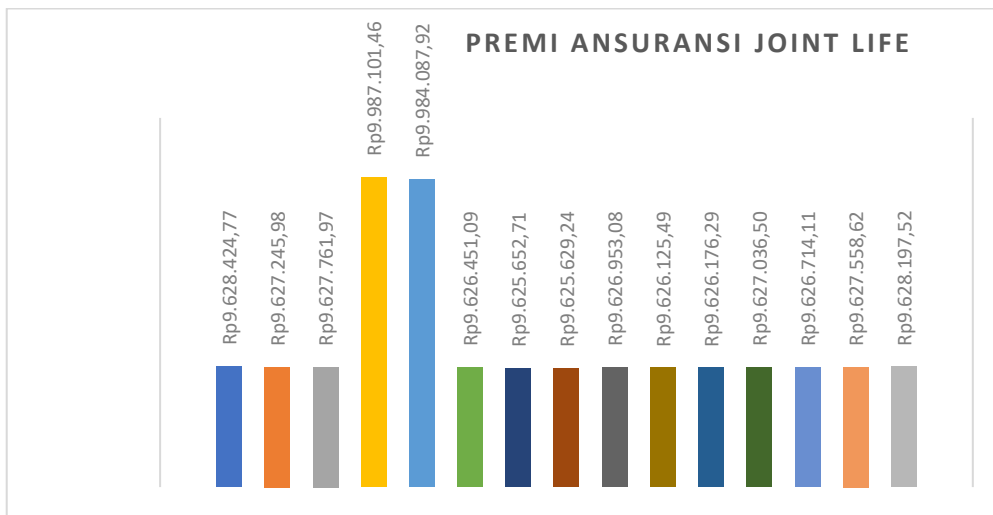
Selanjutnya dengan bantuan excel diperoleh tabel sebagai berikut:

**Tabel 7.** Tabel nilai premi

$(x, y)$	Nilai Premi
25,30	Rp9.628.424,77
26,31	Rp9.627.245,98
27,32	Rp9.627.761,97
28,33	Rp9.987.101,46
29,34	Rp9.984.087,92
30,35	Rp9.626.451,09

31,36	Rp9.625.652,71
32,37	Rp9.625.629,24
33,38	Rp9.626.953,08
34,39	Rp9.626.125,49
35,40	Rp9.626.176,29
36,41	Rp9.627.036,50
37,42	Rp9.626.714,11
38,43	Rp9.627.558,62
39,44	Rp9.628.197,52

Nilai premi dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. Premi Ansuransi Joint Life

### Simpulan

Berdasarkan hasil perhitungan dengan model Vasicek terhadap premi asuransi jiwa joint life di mana Ari (x) memulai kontrak pada usia 25 tahun, sementara Budi (y) memulai pada usia 30 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi ini adalah 15 tahun dengan harga pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000, diperoleh estimasi premi sebesar Rp 9.628.425,00. Hasil ini menunjukkan bahwa nilai premi asuransi dipengaruhi secara signifikan oleh perbedaan usia tertanggung dan lama kontrak. Selain itu, fluktuasi suku bunga juga memainkan peran penting dalam menentukan nilai premi asuransi jiwa.

## Daftar Pustaka

- [1] Alwi, W., Anriani, A., & Abdal, A. M. (2019). Perhitungan premi tahunan untuk asuransi jiwa endowment joint life dengan suku bunga stokastik. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, 7(1), 11-17.
- [2] Kamil, I., Suherman, S., & Murni, D. (2021). Modifikasi Cadangan Premi Tahunan Retrospektif Pada Asuransi Jiwa Berjangka Kasus Joint Life Dengan Metode Zillmer. *Journal of Mathematics UNP*, 6(2), 12-17.
- [3] Artika, S., Purnaba, I. G. P., & Lesmana, D. C. (2018). Penentuan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Menggunakan Model Vasicek Dan Model Cox-Ingersoll-Ross (Cir). *MILANG: Journal of Mathematics and Its Applications*, 17(2), 129-139.
- [4] Ratih, K., Di Asih, I. M., & Hoyyi, A. (2012). Pengukuran Probabilitas Kebangkrutan Obligasi Korporasi Dengan Suku Bunga Vasicek Model Merton (Studi Kasus Obligasi PT Bank Lampung, Tbk). *Jurnal gaussian*, 1(1), 113-124.
- [5] Kurniawaty, E. (2017). Pengaruh Citra Perusahaan dan Tarif Premi terhadap minat beli yang berdampak pada kepuasan pelanggan di PT Asuransi Cigna Jakarta. *Jurnal Kreatif Pemasaran, Sumber Daya Manusia Dan Keuangan*, 5.
- [6] Sadli, W. H. (2023). Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna dengan Metode Zillmer dan Metode Illinois pada Kasus Joint Lif (Doctoral dissertation, Fakultas Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam).
- [7] Thung, J., Brian, J., & Zanbar Soleh, A. (2023). Premi Bersih Asuransi Jiwa Berjangka Joint Multiple-Life Single Decrement. *Prosiding Seminar Nasional Statistika Aktuaria*, 2 (1), 44-51.
- [8] Bizaini, B., Susanti, D. S., & Yulida, Y. (2016). Asuransi joint life seumur hidup. *Epsilon: Jurnal Matematika Murni Dan Terapan*, 10(2).
- [9] Sukanasih, N. K., Widana, I. N., & Jayanegara, K. (2018). Cadangan Premi Asuransi Joint-Life Dengan Suku Bunga Tetap Dan Berubah Secara Stokastik. *E-Jurnal Matematika*, 7(2), 79-87.
- [10] Dewi, N. L. P. R., Widana, I. N., & Nilakusmawati, D. P. E. (2016). Penentuan Cadangan Premi untuk Asuransi Joint Life. *E-Jurnal Matematika*, 5(1), 32-37.
- [11] Evinda, H., Narwen, N., & Devianto, D. (2019). Penerapan Hukum Mortalita Makeham Untuk Perhitungan Nilai Tunai Manfaat Dengan Tingkat Suku Bunga Vasicek Dan Cir. *Jurnal Matematika UNAND*, 7(3), 74-82.
- [12] Subadra, I. G. B. P., Widana, I. N., & Nilakusmawati, D. P. E. [2015]. Menentukan Formula Premi Tahunan Tidak Konstan Pada Asuransi Joint Life. *E-Jurnal Matematika*, 4(4), 2303-1751.
- [13] Kuswanto, H. (2022). Perhitungan cadangan premi bulanan metode Gross Premium Valuation (GPV) pada asuransi jiwa seumur hidup last survivor (Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim).
- [14] Ratih, K., Di Asih, I. M., & Hoyyi, A. (2012). Pengukuran Probabilitas Kebangkrutan Obligasi Korporasi Dengan Suku Bunga Vasicek Model Merton (Studi Kasus Obligasi PT Bank Lampung, Tbk). *Jurnal gaussian*, 1(1), 113-124.
- [15] Artika, S. (2020). Penentuan Premi Asuransi Jiwa Berjangka 5 Tahun Menggunakan Model Vasicek Dan Model Cox-Ingersoll-Ross (CIR). *Statmat: Jurnal Statistika dan Matematika*, 2(2), 103-114.
- [16] Wiguna, I. M. W., Jayanegara, K., & Widana, I. N. (2019). Perhitungan Premi Asuransi Joint Life Dengan Model Vasicek Dan Cir. *E-Jurnal Matematika*, 8(3), 246.
- [17] Haryani, S. (2021). Evaluasi premi polis joint life pasangan suami istri menggunakan copula frank Suku Bunga Stokastik (Bachelor's thesis, Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta).