

PENENTUAN MOMEN KELEMBAMAN SILINDER PEJAL DENGAN PERCOBAAN BIDANG MIRING

Eko Setyadi K.

Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Purworejo
Jl. KH. Ahmad Dahlan 6 Purworejo 54111 Telp/Fax. 0275-321494
E-mail: ekosetyadik@gmail.com

Raden Oktova

Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Ahmad Dahlan
Kampus III, Jl. Prof. Dr. Soepomo, Yogyakarta 55164

INTISARI

Telah dilakukan percobaan untuk menentukan momen kelembaman silinder pejal dengan percobaan gerak menggelinding pada bidang miring, dan sebagai sampel digunakan tiga buah silinder pejal yang terbuat dari kuningan, tembaga, dan seng. Analisis yang digunakan adalah regresi linear tanpa bobot berdasarkan metode kuadrat terkecil dengan bantuan Microsoft Office Excel 2003. Besaran akhir yang diuji adalah ukuran momen kelembaman tak berdimensi $K = I/mR^2$, yang secara teoretis untuk silinder pejal bernilai $\frac{1}{2}$. Percobaan dan analisis menggunakan dua metode yang berbeda: pada metode pertama diukur waktu tempuh pada panjang lintasan (s) yang bervariasi pada sudut kemiringan (θ) tetap, sedangkan pada metode kedua diukur waktu tempuh pada sudut kemiringan yang bervariasi pada panjang lintasan tetap. Pada metode pertama, hasil percobaan dengan tiga sudut kemiringan kecil hingga 15° memberikan nilai K yang sesuai dengan nilai teoretis, sedangkan pada sudut 20° diperoleh nilai K yang lebih besar dari nilai teoretis. Pada metode kedua, ternyata diperoleh nilai K yang sesuai dengan nilai teoretis untuk semua panjang lintasan.

Kata kunci: momen kelembaman, silinder pejal, regresi linier, metode kuadrat terkecil.

DETERMINATION OF MOMENT OF INERTIA OF A SOLID CYLINDER USING AN INCLINED PLANE EXPERIMENT

ABSTRACT

An inclined plane experiment has been performed to determine the moment of inertia of a solid cylinder by observing the rolling motion. As samples three solid cylinders have been used made of brass, copper and zinc. The data were analyzed using linear regression analysis aided by Microsoft Office Excel. The final physical quantity obtained was a dimensionless measure of moment of inertia $K = I/mR^2$, which theoretically should be equal to $\frac{1}{2}$. Two methods were used. In the first method, the distance of travel (s) was varied at a constant inclination angle (θ), while in the second method the distance of travel was fixed and the inclination angle has been varied. In the first method, the experimental data at three small inclination angles up to 15° give values of K which are in agreement with the theoretical value, however at 20° the values of K obtained are larger than the theoretical value. In the second method, all values of K obtained are in agreement with the theoretical value.

Keywords: moment of inertia, solid cylinder, linear regression, least squares method.

I. PENDAHULUAN

Rotasi benda tegar merupakan topik kajian yang tetap menarik hingga saat ini. Beberapa kajian mutakhir telah dilakukan oleh Pintão, dkk. (2007) yang melakukan percobaan rotasi kerucut tegak, Broody (2005) mengkaji tentang momen kelembaman pada bola tennis, Tan (1985) meneliti tentang momen kelembaman pada bola basket, dan Pintão, dkk. (2004) yang mengkaji tentang penentuan momen kelembaman pada plat datar. Selain itu Takao (2007) meneliti tentang momen kelembaman pada batang balok, sedang Tan (1985) meneliti tentang momen kelembaman pada bola basket.

Berkaitan dengan hal tersebut telah dirancang suatu percobaan untuk menentukan momen kelembaman silinder pejal dengan pengamatan gerak menggelinding pada bidang miring. Besaran akhir yang diuji adalah ukuran momen kelembaman tak berdimensi $K = I / mR^2$, yang secara teoretis untuk silinder pejal bernilai $\frac{1}{2}$. Percobaan dan analisis menggunakan dua metode yang berbeda: pada metode pertama diukur waktu tempuh pada panjang lintasan (s) yang bervariasi pada sudut kemiringan (θ) tetap, sedangkan pada metode kedua diukur waktu tempuh pada sudut kemiringan yang bervariasi pada panjang lintasan tetap. Analisis regresi linier digunakan dari pada sekedar perhitungan langsung K , karena dengan regresi linier dapat setidaknya dicek apakah model mekanika yang diasumsikan memang berlaku, dan perhitungan K menjadi lebih teliti karena akan terbebas dari pengaruh adanya ralat sistematik *zero offset*. Analisis regresi linier menggunakan MS Excel 2003

II. LANDASAN TEORI

a. Regresi Linier

Dalam suatu regresi linier antara pasangan variabel (x, y), diasumsikan himpunan titik (x, y) memenuhi hubungan yang dapat dinyatakan dengan fungsi linier,

$$y = a_0 + a_1 x \quad (1)$$

dengan a_0 dan a_1 adalah koefisien-koefisien yang dicari. Dalam metode kuadrat terkecil, diasumsikan bahwa peluang P_i untuk mendapatkan hasil ukur y_i terdistribusi secara normal (*Gaussian*), dan digunakan parameter kecocokan χ^2 (*chi-square*) yang didefinisikan sebagai (Bevington dan Robinson, 2003: 98-113)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y})^2}{\sigma_i^2}, \quad (2)$$

dengan $y_i - \hat{y}$ adalah selisih nilai y eksperimental ke- i terhadap nilai hasil regresinya \hat{y} , dan σ_i^2 adalah variansi data y_i populasi induk, yang dapat didekati dengan deviasi standard populasi sampel data s_i^2 . Dalam regresi linier berbobot, dapat diuji baik-tidaknya kecocokan (*goodness of fit*) fungsi linier dengan uji χ^2 . Jika sumber ketidakpastian atau ralat (*error*) pengukuran besaran y adalah pembacaan alat ukur (*instrumental error*) dan dianggap tidak sama untuk semua titik data, maka regresi liniernya disebut regresi linier berbobot, dengan $1/\sigma_i^2$ sebagai faktor bobot. Jika sumber ralat pengukuran besaran y adalah pembacaan alat ukur dan dianggap sama untuk semua titik data, $\sigma_i^2 = \sigma$, maka pers. (2) dapat ditulis

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y})^2,$$

dan dalam metode kuadrat terkecil dibuat agar χ^2 mencapai nilai minimum, sehingga untuk regresi linier berlaku

$$\sum_{i=1}^N (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 = \text{minimum} \quad (3)$$

atau

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_0} = 0; \frac{\partial \chi^2}{\partial a_1} = 0,$$

sehingga didapatkan

$$\sum_{i=1}^N a_0 x_i^2 + \sum_{i=1}^N a_1 x_i = \sum_{i=1}^N x_i y_i \quad (4.a)$$

1 & 2**PENENTUAN MOMEN KELEMBAMAN SILINDER PEJAL**

$$\sum_{i=1}^N a_0 x_i + N a_1 = \sum_{i=1}^N y_i \quad (4.b)$$

Terdapat dua persamaan dengan 2 parameter yang belum diketahui, yaitu a_0 dan a_1 , dengan penyelesaian

$$a_0 = \frac{N \sum (x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (5.a)$$

$$a_1 = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum (x_i y_i)}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (5.b)$$

dengan ralat

$$s_{a_1} = s_{\hat{y}} \sqrt{\frac{N}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}, \quad (6.a)$$

$$s_{a_0} = s_{\hat{y}} \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}, \quad (6.b)$$

dengan deviasi standard nilai y eksperimental terhadap nilai regresi didefinisikan sebagai

$$s_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2}{N - 2}}. \quad (7)$$

Perlu dicatat bahwa dalam pendekatan regresi linier tanpa bobot ini tidak dapat dilakukan uji χ^2 untuk mengetahui baik-tidaknya kecocokan, karena χ^2 bernilai tetap.

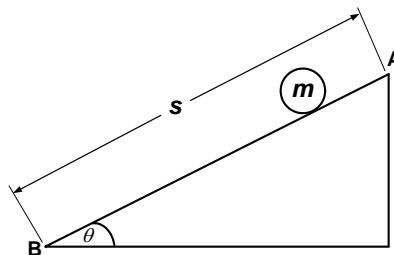
b. Gerak silinder menggelinding

Untuk menghitung momen kelembaman sebuah benda tegar pejal homogen berbentuk silinder dengan massa m , lebar L dan jejari R yang berotasi terhadap sumbu silinder, pandanglah sebuah elemen massa berupa kulit sangat tipis dengan jejari r dengan tebal dr dan lebar L , dan jika rapat massa bahan per satuan volume adalah seragam sebesar ρ , atau $dm = \rho dV$, maka dapat ditulis $dm = 2\pi L \rho r dr$. Silinder dapat dipandang sebagai suatu distribusi kontinu banyak sekali elemen massa kecil dm yang berjarak r dari sumbu rotasi, sehingga momen kelembaman total dapat diperoleh dengan integral

$$I = \int r^2 dm,$$

yang menghasilkan (Sears, dkk, 2004: 348)

$$I = \frac{1}{2} m R^2. \quad (8)$$



Gambar 1. Silinder pejal pada bidang miring.

Andaikan sebuah silinder pejal dilepaskan dari keadaan diam di atas suatu bidang miring, dan silinder menggelinding tanpa selip (Gambar 1) di bawah pengaruh dua gaya, yaitu gaya berat w dan gaya gesekan antara tepi silinder dan bidang miring, f . Gerak menggelinding silinder merupakan gabungan dari gerak rotasi dan translasi, dengan pusat massa silinder melakukan gerak translasi lurus berubah beraturan (GLBB), sedangkan silinder berotasi pada sumbunya dengan percepatan sudut tetap, maka percepatan translasi pusat massa silinder adalah

$$a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I}{mR^2}}, \quad (9)$$

dengan g adalah percepatan gravitasi bumi. Panjang lintasan s terkait dengan waktu tempuh t ,

$$s = \frac{1}{2} at^2. \quad (10)$$

Jika a dalam pers. (9) dimasukkan ke dalam ruas kanan pers. (10), maka diperoleh

$$s = \frac{g \sin \theta}{2 \left(1 + \frac{I}{mR^2} \right)} t^2.$$

atau

$$t^2 = \frac{2 \left(1 + \frac{I}{mR^2} \right)}{g \sin \theta} s. \quad (11.a)$$

Untuk mudahnya kita definisikan suatu besaran momen kelembaman tak berdimensi $K = I / mR^2$, yang secara teoretis untuk silinder pejal adalah sama dengan $\frac{1}{2}$. Dengan demikian pers. (11.a) dapat dituliskan sebagai

$$t^2 = \frac{2(1+K)}{g \sin \theta} s. \quad (11.b)$$

Sebenarnya dari pers. (11.b) terlihat bahwa nilai K dapat saja dihitung langsung dari nilai-nilai s , t , θ dan g , namun harus diingat bahwa perhitungan secara langsung ini mengandung beberapa kelemahan, yaitu tidak dapat dicek atau diuji apakah rumus teoretis (9 s.d. 11.b) dalam model kita berlaku, dan tidak dapat dideteksi serta dihilangkan adanya ralat sistematis dalam panjang lintasan s (juga dalam pengukuran sudut kemiringan θ) yang boleh jadi mempengaruhi ketelitian perhitungan K . Inilah alasan utama mengapa diperlukan suatu analisis regresi linier. Terdapat dua alternatif untuk melakukan regresi linier, sebagaimana diuraikan berikut ini.

c. Metode Pertama

Jika dilakukan pengamatan silinder pejal menggelinding dan diukur t pada berbagai nilai s dengan θ dibuat tetap, maka pers. (11.b) dapat ditulis ke dalam bentuk persamaan linier (1) dengan $x = s$, $y = t^2$, dengan

$$a_1 = \frac{2(1+K)}{g \sin \theta}, \quad (12)$$

Dengan demikian K dapat dihitung dengan

$$K = \frac{a_1 g \sin \theta}{2} - 1, \quad (13)$$

dengan ralatnya

$$s_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial a_1}\right)^2 (s_{a_1})^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial g}\right)^2 (s_g)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial \theta}\right)^2 (s_\theta)^2}, \quad (14)$$

dengan ralat untuk a_1 diberikan oleh pers. (6.a).

d. Metode Kedua

Pada metode ini dilakukan variasi θ pada s tetap. Pers. (11.b) dapat ditulis

$$t^2 = \frac{2(1+K)s}{g} \frac{1}{\sin \theta}. \quad (15)$$

Jika θ divariasi dengan panjang lintasan (s) tetap, maka pers. (15) merupakan persamaan linier seperti pers. (1)

dengan $x = \frac{1}{\sin \theta}$, $y = t^2$, dan

$$a_1 = \frac{2(1+K)s}{g} \quad (16)$$

sehingga jika dilakukan regresi linier t^2 terhadap $\frac{1}{\sin \theta}$, dan diperoleh a_1 , maka K dapat dihitung dari

$$K = \frac{a_1 g}{2s} - 1, \quad (17)$$

dan ralatnya dapat dihitung dengan perambatan ralat

$$s_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial a_1}\right)^2 (s_{a_1})^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial g}\right)^2 (s_g)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial s}\right)^2 (s_s)^2}. \quad (18)$$

III. METODE PERCOBAAN

Percobaan dilakukan di SMA Muhammadiyah Gombang, Kabupaten Kebumen, Jawa Tengah. Susunan alat disajikan pada Gambar 2. Papan kayu yang berbentuk bidang miring pada sikunya diberi engsel sehingga dapat digerakkan secara bebas dengan panjang lintasannya 300 cm, dibuat sedemikian rupa sehingga sudut kemiringannya dapat divariasi, dan pada bagian tengahnya diberi rel setinggi 1 cm agar silinder yang menggelinding tidak menyimpang atau membelok saat digelindingkan. Sementara itu agar papan lintasan tidak melengkung saat digunakan, pada bagian tengah dan atas dipasang penyangga. Tiga buah silinder pejal digunakan sebagai sampel dengan bahan kuningan, tembaga, dan seng bermassa 97,45 gram dan berjejari 1,40 cm dengan ketebalan untuk silinder kuningan 19,70 mm, tembaga 18,40 mm, dan seng 20,18 mm.



(a)



(b)

Gambar 2. (a) Rancangan alat percobaan, (b) silinder kuningan, tembaga, dan seng yang digunakan.

Untuk mengukur sudut papan digunakan busur derajat dengan skala 0° sampai 90° yang dipasang pada papan lintasan bidang miring, dan dapat dikunci dengan memutar baut pengikatnya, dengan skala terkecil 1 cm sehingga untuk ralat sudutnya digunakan $\frac{1}{2}$ skala terkecil, yaitu 0,5 mm. Penggaris atau mistar gulung digunakan untuk mengukur panjang lintasan. Untuk mengukur massa silinder pejal digunakan neraca O'Hauss. Jangka sorong digunakan untuk mengukur jejari silinder. Untuk mengukur waktu tempuh silinder menggelinding digunakan *stopwatch* digital pada sebuah *handphone* (HP) dengan pembagian skala terkecil 0,001 detik.

Pada metode pertama, waktu tempuh diukur untuk setiap sudut kemiringan papan (θ) tetap dengan panjang lintasan (s) yang bervariasi. Panjang lintasan yang digunakan adalah 300 cm, 280 cm, 260 cm, 240 cm, 220 cm, 200 cm, 180 cm, 160 cm, 140 cm, 120 cm, 100 cm, 80 cm, 60 cm, dan 40 cm. Nilai sudut kemiringan yang digunakan dalam seluruh percobaan adalah $\theta = 10^{\circ}$ dan $\theta = 20^{\circ}$. Perlu disampaikan bahwa pada percobaan pendahuluan untuk silinder pejal telah dicoba papan luncur sepanjang 1 meter, namun jarak ini dirasakan terlalu kecil sehingga waktu tempuh terlalu kecil dan ralat relatif pengukuran waktu tempuh menjadi terlalu besar. Untuk memperbaiki keadaan ini kemudian digunakan papan lintasan sepanjang 3 meter, dengan panjang lintasan untuk sudut tetap mulai dari 0,4 meter hingga 3 meter dengan kenaikan 0,20 meter. Analisis regresi linier t^2 terhadap s pada sudut kemiringan tetap berdasarkan pers. (11.b) menggunakan MS Excel 2003, menghasilkan nilai a_0 dan a_1 , dan ralatnya dihitung dengan pers. (6.a) dan (6.b). Nilai K dan ralatnya dihitung dari pers. (20-21). Untuk perhitungan ralat K digunakan perkiraan ralat panjang lintasan sebesar setengah skala terkecil, yaitu 0,5 mm.

Pada metode kedua, waktu tempuh (t) diukur untuk setiap panjang lintasan (s) tetap dengan sudut kemiringan papan (θ) yang divariasi. Panjang lintasan yang digunakan adalah 300 cm, 200 cm, dan 100 cm, sedangkan sudut kemiringan yang digunakan dalam seluruh percobaan adalah $\theta = 5^{\circ}$ s.d $\theta = 25^{\circ}$. Nilai K dan ralatnya dihitung dari pers. (17-18). Untuk perhitungan ralat K digunakan perkiraan ralat sudut kemiringan sebesar setengah skala terkecil, yaitu $0,5^{\circ}$.

Percobaan penentuan gravitasi dilakukan menggunakan bandul matematis dengan analisis regresi linier periode ayunan kuadrat (T^2) terhadap panjang lintasan L , dan diperoleh $g = (9,70 \pm 0,06) \text{ m/s}^2$. Hasil ini sesuai dalam batas-batas ralat percobaan dengan hasil percobaan lain di Yogyakarta dengan metode sama sebesar $g = (9,76 \pm 0,07) \text{ m/s}^2$ oleh Martini dan Oktova (Martini dan Oktova, 2009).

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

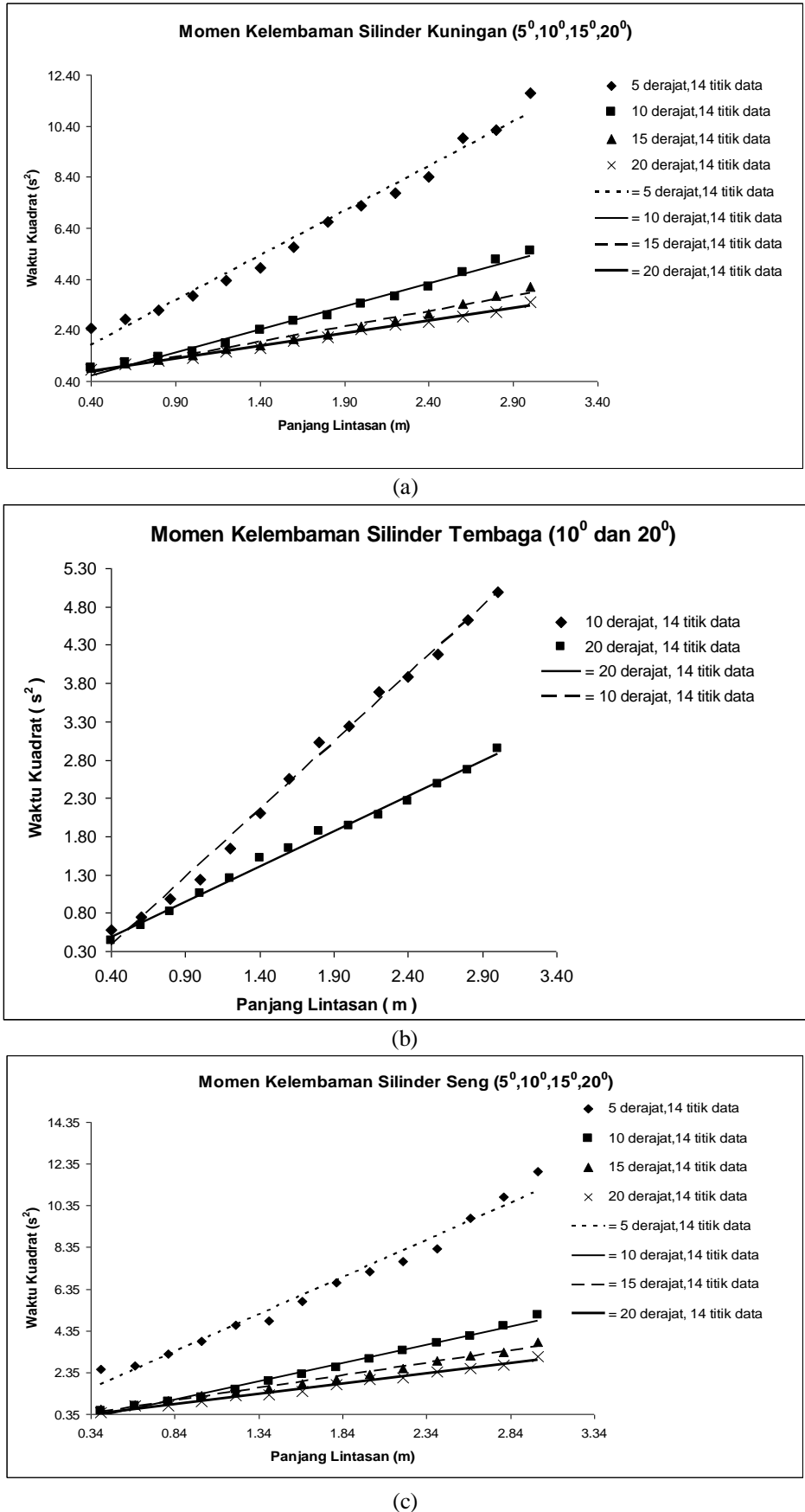
a. Metode Pertama

Untuk masing-masing nilai sudut kemiringan diperoleh 14 pasangan data (s, t^2), dan hasil analisis regresi liniernya disajikan pada Tabel I. Secara teoretis, jika tidak ada *zero offset* dalam pengukuran panjang lintasan, haruslah $a_0 = 0$. Jika dilihat hasil perhitungan $a_0 = 0$ pada Tabel I, pada umumnya terdapat ralat sistematis berupa *zero offset*, baik a_0 positif maupun negatif. Tanda a_0 positif menunjukkan bahwa pengukuran panjang lintasan terlalu kecil dari yang seharusnya, dan sebaliknya tanda a_0 negatif menunjukkan bahwa pengukuran panjang lintasan terlalu besar dari yang seharusnya.

Tabel I. Hasil perhitungan dengan seluruh titik data.

No.	Silinder	$\theta (^{\circ})$	$a_0 (s^2)$	$a_1 (s^2/m)$	$K = I/mR^2$
1	Kuningan	5	$(0,39 \pm 0,26)$	$(3,51 \pm 0,14)$	$(0,50 \pm 0,06)$
		10	$(- 0,09 \pm 0,11)$	$(1,81 \pm 0,06)$	$(0,53 \pm 0,05)$
		15	$(0,25 \pm 0,08)$	$(1,20 \pm 0,05)$	$(0,52 \pm 0,06)$
		20	$(0,39 \pm 0,04)$	$(0,99 \pm 0,02)$	$(0,66 \pm 0,04)$
2	Tembaga	5	$(0,30 \pm 0,26)$	$(3,56 \pm 0,14)$	$(0,52 \pm 0,06)$
		10	$(- 0,33 \pm 0,05)$	$(1,77 \pm 0,04)$	$(0,51 \pm 0,03)$
		15	$(0,29 \pm 0,08)$	$(1,19 \pm 0,04)$	$(0,51 \pm 0,05)$
		20	$(0,12 \pm 0,04)$	$(0,92 \pm 0,02)$	$(0,54 \pm 0,03)$
3	Seng	5	$(0,35 \pm 0,30)$	$(3,57 \pm 0,16)$	$(0,52 \pm 0,07)$
		10	$(- 0,45 \pm 0,09)$	$(1,76 \pm 0,05)$	$(0,50 \pm 0,04)$
		15	$(0,01 \pm 0,07)$	$(1,19 \pm 0,03)$	$(0,51 \pm 0,04)$
		20	$(0,02 \pm 0,05)$	$(0,98 \pm 0,03)$	$(0,64 \pm 0,05)$

Berdasarkan nilai a_1 yang diperoleh, ternyata untuk ketiga silinder diperoleh nilai $K = I/mR^2$ yang sesuai dengan nilai teoretis $\frac{1}{2}$ untuk sudut-sudut kemiringan kecil (5° , 10° , 15°), namun tidak sesuai dengan nilai teoretis untuk sudut kemiringan 20° . Menarik juga bahwa eksimpulan bahwa nilai a_1 untuk sudut kemiringan



Gambar 3. Grafik kuadrat waktu tempuh, t^2 terhadap panjang lintasan, s beserta hasil analisis regresi linier terhadap semua titik data untuk ketiga silinder: (a) silinder kuningan, (b) silinder tembaga (hanya untuk 10° dan 20°), dan (c) silinder seng.

yang sama seharusnya sama dan tidak bergantung pada massa, jejari dan bahan silinder, hanya berlaku dalam batas-batas ralat untuk sudut-sudut kemiringan kecil (5° , 10° , 15°) namun tidak sepenuhnya berlaku pada sudut kemiringan 20° ; pada sudut kemiringan 20° kesesuaian nilai a_1 hanya terjadi untuk silinder kuningan dan seng namun keduanya memberikan nilai a_1 yang tidak sama dengan a_1 untuk silinder tembaga. Kecenderungan yang sama persis terlihat juga untuk nilai K yang diperoleh pada sudut kemiringan 20° ; kesesuaian nilai K hanya terjadi untuk silinder kuningan dan seng namun keduanya memberikan nilai K yang tidak sama dengan nilai K untuk silinder tembaga.

Pada Gambar 3 disajikan grafik kuadrat tempuh, t^2 terhadap panjang lintasan, s untuk ketiga silinder, dan terlihat bahwa grafik terlihat cukup linier, termasuk untuk silinder tembaga pada sudut kemiringan 5° dan 15° yang tidak ditunjukkan dalam gambar.

Untuk sudut kemiringan 20° dilakukan pengecekan apakah dapat diperoleh nilai K yang lebih sesuai dengan nilai teoretis jika dilakukan penolakan terhadap titik data yang sangat menyimpang dari titik hasil regresi, yaitu data ke-10 sampai dengan data ke-14, dan hasil regresi ulang disajikan dalam Tabel II. Ternyata setelah dilakukan penolakan terhadap lima titik data yang terlalu menyimpang, nilai K yang diperoleh untuk silinder kuningan, tembaga dan seng berturut-turut adalah $(0,59 \pm 0,06)$, $(0,54 \pm 0,03)$ dan $(0,55 \pm 0,09)$, yang berarti untuk silinder kuningan dan tembaga lebih mendekati nilai teoretis daripada hasil perhitungan dengan seluruh titik data, dan untuk silinder tembaga sesuai dengan nilai teoretis.

Tabel II. Hasil perhitungan dengan penolakan data.

No.	Silinder	θ ($^\circ$)	a_0 (s^2)	a_1 (s^2/m)	$K = l/mR^2$
1	Kuningan	20	$(0,44 \pm 0,40)$	$(0,95 \pm 0,03)$	$(0,59 \pm 0,06)$
2	Tembaga	20	$(0,12 \pm 0,04)$	$(0,92 \pm 0,02)$	$(0,54 \pm 0,03)$
3	Seng	20	$(0,08 \pm 0,07)$	$(0,93 \pm 0,05)$	$(0,55 \pm 0,09)$

Selama percobaan dijumpai beberapa kesulitan. Salah satu kesulitan adalah dalam pengukuran waktu menggunakan *stopwatch*, reflek tangan atau waktu reaksi saat menekan tombol tidak selalu sama. Kesulitan lain timbul akibat adanya gesekan tambahan antara silinder dengan sisi rel lintasan, meskipun rel lintasan yang dibuat sudah disesuaikan dengan tebal silinder dan diberi kelonggaran sekitar 0,5 cm untuk mengurangi gesekan. Selain itu dalam menentukan titik awal silinder sebelum dilepaskan pada panjang lintasan tertentu terkadang tidak tepat pada titik yang dikehendaki sehingga turut mempengaruhi waktu tempuhnya sehingga nilai a_0 untuk ketiga silinder pada sudut 20° tidak nol, dengan kata lain terdapat *zero offset*. Namun demikian adanya *zero offset* ini tidak mempengaruhi hasil perhitungan K karena nilai K hanya bergantung pada a_1 , dan sesungguhnya inilah keunggulan perhitungan dengan analisis regresi linier.

b. Metode Kedua

Untuk masing-masing nilai panjang lintasan diperoleh sembilan pasangan data $(\frac{1}{\sin \theta}, t^2)$, dan hasil analisis regresi liniernya disajikan pada Tabel III. Secara teoretis, jika tidak ada *zero offset* dalam pengukuran panjang lintasan, haruslah $a_0 = 0$. Jika dilihat hasil perhitungan $a_0 = 0$ pada Tabel III, pada umumnya terdapat ralat sistematik berupa *zero offset*, baik a_0 positif maupun negatif. Tanda a_0 positif menunjukkan bahwa pengukuran panjang lintasan terlalu kecil dari yang seharusnya, dan sebaliknya tanda a_0 negatif menunjukkan bahwa pengukuran panjang lintasan terlalu besar dari yang seharusnya.

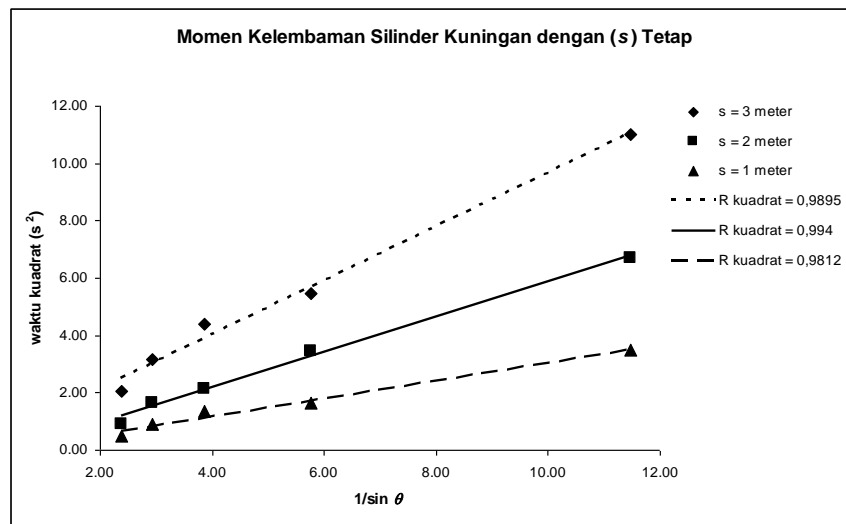
Tabel III. Hasil perhitungan dengan panjang lintasan (s) tetap.

No.	Silinder	s (m)	a_0 (s^2)	a_1 (s^2)	$K = l/mR^2$
1	Kuningan	3,0	$(0,28 \pm 0,34)$	$(0,94 \pm 0,06)$	$(0,52 \pm 0,06)$
		2,0	$(-0,28 \pm 0,17)$	$(0,62 \pm 0,03)$	$(0,50 \pm 0,07)$
		1,0	$(-0,07 \pm 0,15)$	$(0,31 \pm 0,02)$	$(0,51 \pm 0,04)$

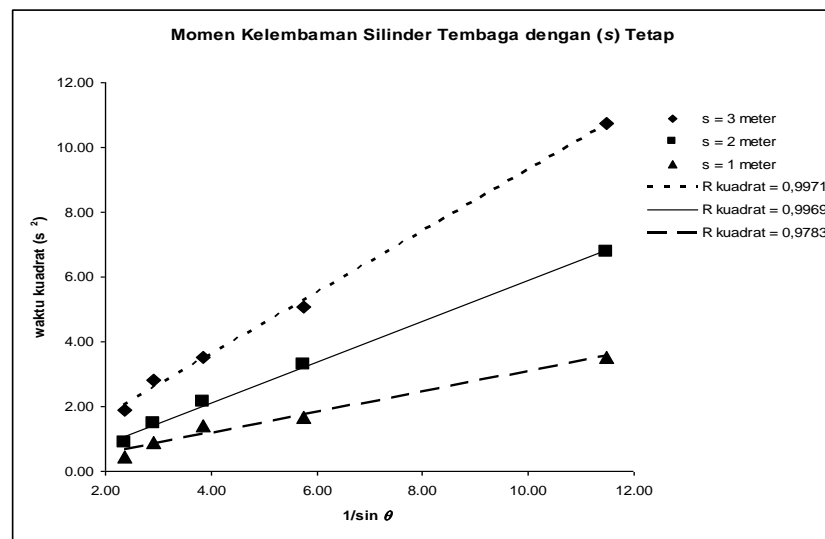
Tabel III (Lanjutan). Hasil perhitungan dengan panjang lintasan (s) tetap.

No.	Silinder	s (m)	a_0 (s^2)	a_1 (s^2)	$K = I/mR^2$
2	Tembaga	3,0	(- 0,21 ± 0,18)	(0,95 ± 0,03)	(0,54 ± 0,05)
		2,0	(- 0,41 ± 0,12)	(0,63 ± 0,02)	(0,53 ± 0,05)
		1,0	(- 0,08 ± 0,17)	(0,32 ± 0,03)	(0,54 ± 0,04)
3	Seng	3,0	(- 0,42 ± 0,19)	(0,93 ± 0,03)	(0,51 ± 0,05)
		2,0	(- 0,33 ± 0,19)	(0,62 ± 0,03)	(0,51 ± 0,07)
		1,0	(- 0,07 ± 0,03)	(0,31 ± 0,02)	(0,52 ± 0,04)

Regresi linier t^2 terhadap $1/\sin \theta$ pada percobaan bidang miring menghasilkan a_1 , a_0 , dan K . Berdasarkan nilai a_1 yang diperoleh, ternyata untuk ketiga silinder diperoleh nilai $K = I/mR^2$ yang dalam batas-batas ralat sesuai dengan nilai teoretis $1/2$, seperti ditunjukkan pada Tabel III. Namun demikian untuk nilai a_0 masih terdapat ralat sistematis dalam pengukuran panjang lintasan, yaitu silinder kuningan untuk panjang lintasan 2 meter dan 1 meter, sedangkan untuk silinder tembaga dan seng terdapat ralat sistematis untuk semua panjang lintasan. Pada Gambar 4 disajikan grafik kuadrat waktu tempuh t^2 terhadap $1/\sin \theta$ untuk ketiga silinder.

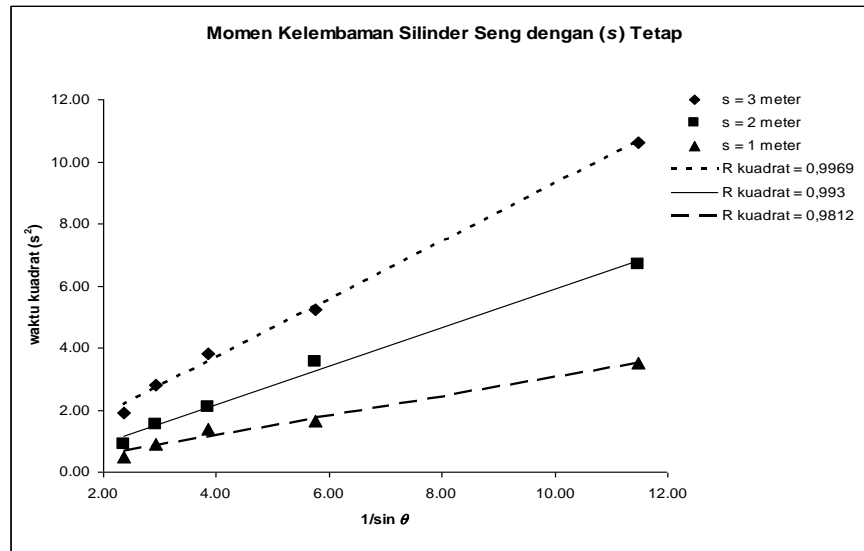


(a)



(b)

Gambar 4. Grafik kuadrat waktu tempuh terhadap $1/\sin \theta$ dan hasil analisis regresi linier terhadap semua titik data untuk panjang lintasan 3 meter, 2 meter, dan 1 meter pada: (a) silinder kuningan, (b) tembaga.



(c)

Gambar 4 (Lanjutan). (c) Grafik kuadrat waktu tempuh terhadap $1/\sin \theta$ dan hasil analisis regresi linier terhadap semua titik data untuk panjang lintasan 3 meter, 2 meter, dan 1 meter pada silinder seng.

c. Kesulitan Percobaan

Selain kesulitan waktu reaksi yang dijumpai pada metode pertama, pada metode kedua penentuan titik awal gerak silinder sebelum dilepaskan pada panjang lintasan tertentu terkadang tidak tepat pada titik yang dikehendaki dan hal ini mempengaruhi waktu tempuhnya sehingga nilai a_0 untuk ketiga silinder pada semua panjang lintasan tidak nol, kecuali untuk silinder tembaga pada panjang lintasan 3 meter, dengan kata lain terdapat *zero offset*. Namun demikian adanya *zero offset* ini tidak mempengaruhi hasil perhitungan K karena nilai K hanya bergantung pada a_1 , dan sesungguhnya inilah keunggulan perhitungan dengan analisis regresi linier.

Suatu catatan perlu disampaikan di sini. Dalam kajian ini dilakukan analisis regresi linier tanpa bobot, dengan deviasi standard $s_{\hat{y}}$ (pers. 7) diambil dari deviasi data $y_i = t_i^2$ eksperimen terhadap nilai hasil regresi $(a_0 + a_1 x_i)$ karena setiap nilai y_i diperoleh dari eksperimen hanya dari sekali pengukuran t . Kelemahan metode ini adalah tidak dapat dilakukan uji statistik χ^2 untuk mengetahui baik-tidaknya kecocokan (*goodness of fit test*) fungsi linier dengan data eksperimen karena untuk itu harus dilakukan regresi linier berbobot. Untuk dapat melakukan uji χ^2 , sehingga kesimpulan yang diperoleh dapat lebih sah, disarankan penelitian lanjutan dengan $y_i = t_i^2$ eksperimen diperoleh dari pengamatan berulang-ulang yang memberikan deviasi standard $s_{\hat{y}}$ yang berbeda-beda untuk setiap titik data (x_i, y_i) dan dilakukan regresi linier berbobot.

KESIMPULAN DAN SARAN

Percobaan silinder menggelinding dengan analisis regresi linier tanpa bobot terbukti dapat digunakan untuk menentukan momen kelembaman. Pada metode pertama, diukur waktu tempuh untuk panjang lintasan (s) yang bervariasi pada sudut kemiringan (θ) tetap, dan hasil percobaan dengan tiga sudut kemiringan kecil hingga 15° memberikan nilai momen kelembaman yang sesuai dengan nilai teoretis, sedangkan pada sudut 20° diperoleh nilai momen kelembaman yang lebih besar dari nilai teoretis. Selain itu dapat diperoleh ralat sistematis (*zero offset*) pengukuran panjang lintasan. Pada metode kedua diukur waktu tempuh untuk sudut kemiringan yang bervariasi pada panjang lintasan tetap, dan diperoleh nilai momen kelembaman yang sesuai dengan nilai teoretis untuk semua panjang lintasan.

Untuk penelitian lanjutan, disarankan agar rel lintasan dibuat serendah mungkin untuk memperkecil gesekan yang tidak perlu antara silinder dengan rel. Agar sewaktu digunakan bidang miring tidak melengkung ke bawah, perlu dipasang penyangga. Pengamatan waktu tempuh perlu diulangi-ulang agar dapat diperoleh deviasi standard langsung dari eksperimen sehingga dapat dilakukan analisis regresi linier berbobot dan dapat dilakukan

1 & 2 PENENTUAN MOMEN KELEMBAMAN SILINDER PEJAL

uji linearitas χ^2 . Selain itu sebagai benda menggelinding perlu digunakan benda tegar dengan bentuk lain, misalnya bola, agar kesimpulan yang diperoleh lebih umum.

DAFTAR PUSTAKA

- Bevington, P.R. dan Robinson, D.K., 2003, "Data reduction and error analysis for the physical sciences," New York: McGraw-Hill.
- Broody,H., 2005, "The moment of inertia of a tennis ball", *The Physics Teacher*, **43**, 503-505.
- Martini, D., dan Oktova, R., 2009, "Penentuan modulus Young kawat besi dengan percobaan regangan", *Berkala Fisika Indonesia*, **2**(1), 1-14.
- Pintão, C.A.F., de Souza Filho, M.P., Usida, W.F. dan Xavier, J.A., 2007, "Experimental study of the moment of inertia of a cone—angular variation and inertia ellipsoid", *Eur. J. Phys.* **28**, 191-200.
- Sears, F.W., Zemansky, M.W., Young,H.D., Freedman,R.A., 2004, "University physics" , 11th Ed., San Francisco : Addison Wisley.
- Takao,T., 2007, "The moment of inertia of a ractangular rod",*The Physics Teacher*. **45**, 518-519.
- Tan, A., 1985, "The moment of inertia of a basketball", *American Journal of Physics*, **83**, 811-811.