

KAJIAN SWAKONSISTEN TENTANG KEMUNCULAN EFEK HALO PADA INTI BERMASA SEDANG DENGAN MODEL SKYRME-HARTREE-FOCK

Raden Oktova

Jurusan Pendidikan Fisika
Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta
Kampus II, Jl. Pramuka 42, Yogyakarta 55161
E-mail: R.Oktova@uad.ac.id

Intisari

Telah dilakukan kajian tentang kemunculan efek halo pada inti-inti bermassa sedang dengan menggunakan metode perhitungan swakonsisten (*self-consistent*) dalam ruang koordinat dengan menggunakan model Skyrme-Hartree-Fock (SHF). Kajian difokuskan pada isotop-isotop Cr dan Sn. Pada perhitungan jari-jari rms muatan inti dan jari-jari rms neutron untuk rantai isotop Cr dengan dengan nomor massa $A = 50-82$ dan rantai isotop Sn pada $A = 100-170$, hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan himpunan parameter Z , dan SkIII secara umum cukup sesuai dengan data eksperimental dan perhitungan sebelumnya, sedangkan hasil SkM* sama sekali berbeda dan menyimpang secara sistematis sangat jauh dari data eksperimental serta semua hasil perhitungan lain. Hasil perhitungan sebelumnya memprediksi efek halo terjadi untuk isotop Cr pada $A = 80$, namun dari ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF hanya perhitungan dengan himpunan parameter SkIII menunjukkan adanya efek halo, itupun tidak terjadi pada $A = 80$ melainkan pada $A = 82$; dan sesuai dengan hasil perhitungan sebelumnya, ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF menunjukkan adanya lonjakan (*kink*) yang dimulai dari $A = 74$. Hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan ketiga himpunan parameter pada rantai isotop Sn tidak memprediksi adanya inti halo, sesuai dengan hasil perhitungan sebelumnya.

Kata kunci: kajian swakonsisten, efek halo, inti bermassa sedang, model Skyrme-Hartree-Fock.

A SELF-CONSISTENT STUDY ON THE DEVELOPMENT OF HALO EFFECT IN MEDIUM-MASS NUCLEI USING THE SKYRME-HARTREE-FOCK MODEL

Abstract

A self-consistent study on the development of halo effect in medium-mass nuclei has been performed using the Skyrme-Hartree-Fock (SHF) model in coordinate space, taking Cr and Sn isotope chains as samples. The nuclear charge rms radii and neutron rms radii obtained from SHF calculations using the Z , and SkIII parameter sets for the Cr chain with mass numbers $A = 50-82$ and for the Sn chain with $A = 100-170$ show agreement with experimental data and results from a previous study, while the calculated results for the same isotope chains using the SkM* parameter set systematically differ from experimental data and the results of all other calculations. A previous study predicted a neutron halo effect for a Cr isotope at $A = 80$, however from all three parameter sets only the SkIII parameter set gives a halo effect, and not at $A = 80$ as previously predicted but at $A = 82$; moreover, in agreement with results of a previous calculation, all three self-consistent calculations using the SHF model are successful in reproducing a kink starting from $A = 74$. All results of SHF calculations for Sn isotopes do not show any halo effect, in agreement with the prediction of a previous study.

Keywords: self-consistent study, halo effect, medium-mass nuclei, Skyrme-Hartree-Fock model.

I. PENDAHULUAN

Kajian tentang kemunculan efek halo dalam inti atom (Tanihata dkk., 1988, Hansen dan Johnson, 1987) amat penting untuk pengembangan ilmu, khususnya fisika inti, karena dapat menjelaskan perilaku inti-inti atom pada keadaan ekstrem jauh dari daerah kestabilan namun masih di luar garis leleh. Selama ini kajian serupa banyak difokuskan pada inti-inti atom ringan (misal Sharma, dkk., 2011), di mana perilaku kemunculan efek halo telah dapat dijelaskan dengan cukup baik (misal Sánchez, dkk., 2006). Namun demikian kajian serupa di daerah massa sedang (*medium mass*) belum banyak dilakukan, bahkan secara eksperimental efek halo di daerah

massa sedang belum pernah teramati. Khususnya kajian tentang kaitan antara kemunculan efek halo dan perubahan atau pergeseran struktur kulit inti di daerah massa sedang belum pernah dilakukan.

Dari latar belakang di atas tampak bahwa kajian tentang inti halo masih aktual, namun kemudian timbul pertanyaan bagaimanakah menjelaskan mekanisme terjadinya efek halo pada inti. Untuk itu diperlukan perhitungan yang swakonsisten, agar dapat ditarik kesimpulan umum yang bukan hanya berlaku untuk inti-inti halo yang sudah dikenal, melainkan juga untuk memberikan prediksi yang cukup teliti akan inti-inti halo yang belum ditemukan. Jika diasumsikan potensial inti mempunyai simetri bola, perhitungan swakonsisten tsb. dapat dilakukan secara iteratif menggunakan model Hartree-Fock yang memerlukan suatu fungsional kerapatan-tenaga (untuk selanjutnya disebut fungsional saja). Dalam kajian ini digunakan fungsional Skyrme, mengingat fungsional ini telah digunakan secara luas untuk menjelaskan berbagai sifat keadaan dasar inti bola dalam berbagai daerah peta inti (Bender, dkk., 2003).

Dalam pada itu, kajian efek halo di daerah massa inti sedang belum banyak dilakukan, dan efek halo di daerah massa sedang belum pernah teramati secara eksperimental. Juga belum jelas bagaimanakah mekanisme kemunculan efek halo dalam kaitannya dengan struktur kulit dan kerapatan inti. Agar dapat dibuat prakiraan perilaku inti yang teliti, diperlukan metode perhitungan yang swakonsisten. Karenanya menarik sekali untuk dilakukan kajian tentang kemunculan efek halo dan kaitannya dengan struktur kulit inti pada inti-inti bermassa sedang dengan menggunakan metode perhitungan swakonsisten dalam ruang koordinat dengan menggunakan model Skyrme-Hartree-Fock (SHF).

Masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah (a) Apakah perhitungan jari-jari muatan inti secara swakonsisten dengan model SHF untuk inti ringan dapat memberikan hasil yang sesuai dengan data eksperimental yang ada? (b) Apakah perhitungan jari-jari muatan inti dan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk inti-inti bermassa sedang dapat memberikan hasil yang sesuai dengan data eksperimental yang ada dan hasil perhitungan sebelumnya? (c) Apakah perhitungan jari-jari muatan inti dan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk inti-inti bermassa sedang memberikan gambaran tentang kemunculan efek halo yang sama dengan model yang digunakan sebelumnya (Rotival dan Duguet, 2009)? (d) Di antara ketiga himpunan parameter Skyrme yang digunakan, manakah yang memberikan hasil paling teliti?

Sebagai bahan kajian awal, penelitian ini difokuskan pada rantai isotop di daerah massa sedang, yaitu Cr dan Sn, mengingat untuk rantai isotop tsb. tersedia data hasil perhitungan atau prakiraan sebelumnya tentang adanya sifat halo.

II. KAJIAN PUSTAKA

a. Penelitian Sebelumnya

Salah satu gejala menarik pada inti-inti eksotik di dekat garis leleh (*drip line*) nukleon adalah efek halo (Hansen dan Johnson, 1987), yaitu inti mempunyai jari-jari jauh lebih besar dari ramalan jari-jari inti dalam model tetes cairan (Ring dan Schuck, 2000:3) karena adanya nukleon yang terikat lemah. Inti ^{11}Li misalnya adalah salah satu inti dengan struktur halo yang sudah dikenal baik, yaitu dua buah neutron yang secara longgar mengelilingi suatu teras ^9Li (Jensen, dkk., 2004). Eksperimen mutakhir tentang jari-jari muatan inti isotop-isotop Li dilakukan oleh Sánchez dkk.(2006), yaitu dengan kombinasi pengukuran pergeseran isotop dan perhitungan pergeseran massa; dan hasilnya menunjukkan bahwa jari-jari muatan menurun secara kontinu terhadap nomor massa inti dari ^6Li ke ^9Li , kemudian naik dari ^9Li ke ^{11}Li ; selain itu, diperoleh nilai eksperimental jari-jari rms muatan inti ^{11}Li sebesar 2,467(37) fm. Meng, Tanihata dan Yamaji (1998) menghitungampang lintang interaksi untuk reaksi inti $^A\text{Na} + ^{12}\text{C}$, dan berupaya menjelaskan kaitan antara kemunculan efek halo pada isotop-isotop Na dan struktur kulit inti. Inti ringan baru yang diketahui secara eksperimental mempunyai struktur halo antara lain ^{22}C (Sharma, dkk., 2011).

Jika kajian efek halo banyak difokuskan pada inti-inti ringan (isotop-isotop Li sampai dengan P), kajian pada daerah massa inti sedang akhir-akhir ini mulai pula dilakukan, walaupun belum menyentuh kaitan antara kemunculan efek halo dan struktur kulit inti. Prakiraan adanya efek halo pada inti-inti bermassa sedang ditunjukkan oleh Rotival dan Duguet (2009) dengan cara membuat metode analisis baru yang memunculkan faktor-faktor halo yang dapat digunakan untuk menentukan ada-tidaknya efek halo; sejalan dengan itu Capel, Johnson dan Nunes (2011) mengembangkan cara baru untuk menentukan apakah suatu inti mempunyai efek halo atau tidak, yaitu dengan metode nisbah (*ratio method*).

Sebagai suatu kajian kecil di Indonesia tentang inti halo, Oktova (2011) melakukan perhitungan secara swakonsisten distribusi muatan pada inti halo ringan dengan fungsional kerapatan-tenaga Skyrme dengan contoh pada isotop ^{11}Li , dan hasilnya menunjukkan semua hasil perhitungan jari-jari *rms* muatan inti jauh lebih kecil daripada nilai acuan dan ketidaktelitian ini diduga karena ^{11}Li adalah inti ringan, di mana gaya tiga-benda cukup penting (Moya de Guerra, Garrido dan Sarriguren, 2002, Garrido dan Moya de Guerra, 2000), sedangkan ketiga himpunan parameter Skyrme yang dikaji diperoleh dengan parametrisasi pada inti-inti

bermassa sedang hingga besar. Jika dalam menerapkan metode baru analisisnya Rotival dan Duguet (2009) menggunakan program HFBRAD yang dikembangkan oleh Bennaceur dan Dobaczewski (2005) untuk perhitungan keadaan dasar inti bola dengan model Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) nonrelativistik, pada penelitian ini juga digunakan model SHF seperti pada penelitian kami sebelumnya (Oktova, 2011), karena lebih cepat dan perhitungan lebih sederhana.

b. Fungsional Kerapatan-Tenaga Skyrme dan Model SHF

Dalam perhitungan keadaan dasar inti bola dengan model SHF, tenaga total inti dapat dituliskan sebagai

$$E = E_{\text{Skyrme}} + E_{\text{coul}} + E_{\text{pair}} - E_{\text{cm}}, \quad (1)$$

dengan suku-suku pada ruas kanan berturut-turut adalah tenaga Skyrme, Coulomb, pasangan, dan pusat massa, dan E_{Skyrme} merupakan suku yang dominan.

Secara singkat metode perhitungan keadaan dasar inti bola secara swakonsisten dengan model SHF (Reinhard, 1991) adalah sbb. Perhitungan keadaan dasar secara swakonsisten didasarkan pada persamaan Hartree-Fock,

$$\langle \{r | \hat{H}_{\text{HF}} | \{s \rangle \equiv \langle \{r | \hat{T} | \{s \rangle + \sum_{j=1}^N \langle \{r | \{j | \hat{V} | \{j | \{s \rangle_a = v_r u_{rs}, \quad (2)$$

dengan subskrip "a" menunjukkan fungsi gelombang bersifat antisimetrik. Persamaan ini dapat diungkapkan dalam wakilan koordinat sebagai

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_H(x) \right\} \{r(x) + \int dx' U_{EX}(x, x') \{r(x') = v_r \{r(x), \quad (3)$$

dengan *Hamiltonian* Hartree-Fock \hat{H}_{HF} dapat dipisahkan menjadi potensial lokal atau Hartree berbentuk

$$\hat{U}_H(x) = \sum_{j=1}^N \int dx' \{j^*(x') \hat{V}(x, x') \{j(x'), \quad (4)$$

dan suatu potensial nonlokal atau pertukaran

$$\hat{U}_{EX}(x, x') = \sum_{j=1}^N \{j^*(x') \hat{V}(x, x') \{j(x'). \quad (5)$$

Potensial Skyrme menyajikan suatu gaya berjangkauan nol yang bergantung pada kerapatan dan momentum,

$$\begin{aligned} V_{\text{Skyrme}} = & t_0(1 + x_0 P_x) u(\bar{r}_i - \bar{r}_j) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_x) \left\{ (\bar{p}_i - \bar{p}_j)^2 u(\bar{r}_i - \bar{r}_j) \right. \\ & \left. + u(\bar{r}_i - \bar{r}_j) (\bar{p}_i - \bar{p}_j)^2 \right\} + t_2(1 + x_2 P_x) (\bar{p}_i - \bar{p}_j) \cdot u(\bar{r}_i - \bar{r}_j) (\bar{p}_i - \bar{p}_j) + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_x) \dots^r(\bar{r}) u(\bar{r}_i - \bar{r}_j) \\ & + i t_4 (\bar{p}_i - \bar{p}_j) \cdot u(\bar{r}_i - \bar{r}_j) (\bar{\tau}_i + \bar{\tau}_j) \times (\bar{p}_i - \bar{p}_j), \end{aligned} \quad (6)$$

P_x adalah operator pertukaran ruang $\bar{r}_i \leftrightarrow \bar{r}_j$, $\bar{\tau}$ vektor matriks spin Pauli, dan $\bar{r} = (\bar{r}_i + \bar{r}_j)/2$, dan parameter-parameter $t_0, x_0, t_1, x_1, t_2, x_2, t_3, x_3, \tau, t_4$ ditentukan secara empiris dari data jari-jari *rms* dan tenaga ikat inti. Bentuk potensial sederhana tsb. memungkinkan nilai harap tenaga untuk determinan-determinan Slater dapat dihitung dari besaran-besaran kerapatan dan arus partikel berikut,

$$\begin{aligned} \rho_q(\bar{r}) &= \sum_{\in q} w \{ (\bar{r})^+ \{ (\bar{r}), \\ \vec{j}_q(\bar{r}) &= \frac{i}{2} \sum_{\in q} w \left[\nabla \{ (\bar{r})^+ \{ (\bar{r}) - \{ (\bar{r})^+ \nabla \{ (\bar{r}) \right], \\ \rho_q(\bar{r}) &= \sum_{\in q} w \nabla \{ (\bar{r})^+ \cdot \nabla \{ (\bar{r}), \\ \nabla \vec{j}_q(\bar{r}) &= -i \sum_{\in q} w \nabla \{ (\bar{r})^+ \cdot \nabla \times \vec{\tau} \{ (\bar{r}), \end{aligned} \quad (7)$$

dengan $\{s\}$ adalah fungsi gelombang partikel-tunggal keadaan S , dan indeks isospin q meliputi keadaan-keadaan proton dan neutron. Peluang pengisian keadaan S adalah w_s . Bila suatu kulit sepenuhnya terisi, maka $w_s = 1$, namun nilai-nilai pecahan dapat terjadi untuk inti-inti tanpa bilangan ajaib (*nonmagic nuclei*), dan pengisian ini dapat dihitung dengan skema perhitungan gaya pasangan.

Khusus untuk keadaan dasar inti bola, dalam koordinat bola fungsi gelombang partikel-tunggal dapat dipisahkan,

$$\{s\}(\vec{r}) = \frac{R_s(r)}{r} Y_{j_s \ell_s m_s}(r, w), \quad (8)$$

dengan $Y_{j_s \ell_s m_s}(r, w)$ adalah fungsi-fungsi harmonik bola spinor. Fungsi gelombang radial $R_s(r)$ tidak bergantung pada bilangan kuantum m_s . Fungsional tenaga Skyrme dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\begin{aligned} E_{\text{Skyrme}} = 4f \int_0^\infty dr r^2 & \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \ddagger + \frac{1}{2} t_0 (1 + \frac{1}{2} x_0) \dots^2 - \frac{1}{2} t_0 (\frac{1}{2} + x_0) \sum_q \dots_q^2 \right. \\ & + \frac{1}{12} t_3 (1 + \frac{1}{2} x_3) \dots^{r+2} - \frac{1}{12} t_3 (\frac{1}{2} + x_3) \dots^r \sum_q \dots_q^2 \\ & + \frac{1}{4} [t_1 (1 + \frac{1}{2} x_1) + t_2 (1 + \frac{1}{2} x_2)] \dots \ddagger - \frac{1}{4} [t_1 (\frac{1}{2} + x_1) - t_2 (\frac{1}{2} + x_2)] \sum_q \dots_q \ddagger \\ & - \frac{1}{16} [3t_1 (1 + \frac{1}{2} x_1) - t_2 (1 + \frac{1}{2} x_2)] \dots \nabla^2 \dots + \frac{1}{16} [3t_1 (1 + \frac{1}{2} x_1) + t_2 (1 + \frac{1}{2} x_2)] \sum_q \dots_q \nabla^2 \dots_q \\ & \left. - \frac{1}{2} t_4 \left[\dots \nabla \vec{J} + \sum_q \dots_q \nabla \vec{J}_q \right] \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

dengan $\nabla^2 = \partial_r^2 + \frac{2}{r} \partial_r$, kerapatan total $\dots = \dots_{\text{proton}} + \dots_{\text{neutron}}$, $\ddagger = \ddagger_{\text{proton}} + \ddagger_{\text{neutron}}$, kerapatan arus total $\vec{J} = \vec{J}_{\text{proton}} + \vec{J}_{\text{neutron}}$, dan $\nabla \vec{J} = \nabla \vec{J}_{\text{proton}} + \nabla \vec{J}_{\text{neutron}}$. Untuk keadaan dasar arus \vec{j} nol, sedangkan besaran-besaran kerapatan dan arus dalam pers. (7) menjadi fungsi radial r dan turunannya.

Dalam wakilan bola, persamaan Hartree-Fock untuk $R_s(r)$ dapat diungkapkan sebagai

$$h_q R_s = v_s R_s, \quad (10)$$

dengan *Hamiltonian* medan rata-rata (Hartree-Fock)

$$h_q = \partial_r \mathbf{B}_q \partial_r + U_q + U_{ls,q} \vec{\ell} \cdot \vec{r}, \quad (11)$$

dengan operator \mathbf{B}_q , U_q dan $U_{ls,q}$ merupakan fungsi dari \dots_q, \dots , \vec{J}_q , dan \vec{J} . Perlu diperhatikan bahwa pers. (10) bersifat nonlinier dalam fungsi gelombang $R_s(r)$ melalui *Hamiltonian* medan rata-rata h_q yang bergantung pada kerapatan.

Karena nukleon yang terikat lemah pada inti halo mempunyai kontribusi penting dalam gerak pusat massa, koreksi pusat massa perlu diperhitungkan untuk inti halo. Prosedur pertama adalah dengan suatu koreksi diagonal, dapat dihitung koreksi massa efektif

$$m_{\text{eff}} = m \left[1 - \frac{1}{A} \right]. \quad (12)$$

dan operator dua-benda tenaga kinetik pusat massa dihampiri dengan operator satu-benda, $\sum \bar{p}_{cm}^2 \approx (\sum \bar{p}_i)^2$. Prosedur ini mungkin baik untuk perhitungan keadaan dasar namun dapat menghasilkan parameter massa yang kurang tepat untuk translasi, rotasi, vibrasi dan fisi. Suatu koreksi pusat massa yang lebih konsisten adalah dengan tetap menggunakan massa nukleon bebas namun tenaga dari perhitungan Hartree-Fock dikurangi dengan tenaga titik nol translasi (*zero-point-motion energy*, ZPE)

$$Z_{trans} = \frac{\langle \vec{p}_{cm}^2 \rangle}{2Am}, \quad (13)$$

dengan \vec{p}_{cm} adalah operator momentum pusat massa. Pemilihan prosedur ini konsisten dengan koreksi ZPE dalam perhitungan-perhitungan kolektif inti (Giraud dan Grammaticos, 1975), namun memerlukan waktu lama dalam perhitungan komputasi.

Jika telah diperoleh penyelesaian pers. Hartree-Fock (10), dan diperoleh nilai w_s , dapat dihitung tenaga sistem dari fungsional E_{Skyrme} . Namun sebagian besar informasi tenaga dapat diperoleh dari tenaga partikel-tunggal V_s .

Gaya Coulomb mempunyai jangkauan tak terhingga, sehingga akan sangat menghabiskan waktu jika suku pertukaran dihitung secara eksak; bagian ini dihitung dengan hampiran Slater, dan diperoleh tenaga Coulomb,

$$E_{Coul} = \frac{1}{2} e^2 \int d^3\vec{r} d^3\vec{r}' \rho_c(\vec{r}) \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \rho_c(\vec{r}') + E_{Coul,exch}, \quad (14)$$

dengan suku pertukaran

$$E_{Coul,exch} = -\frac{3}{4} \left(\frac{3}{f} \right)^{1/3} \int_0^\infty dr r^2 \dots_{pr}^{4/3}, \quad (15)$$

dan sumbangannya pada potensial Hartree-Fock dapat dihitung dengan variasi

$$U_{Coul} = U_{Coul,dir} + U_{Coul,exch}, \quad (16)$$

dengan suku langsung

$$\begin{aligned} -\Delta U_{Coul,dir} &= 4f e^2 \dots_C, \\ U_{Coul,exch} &= -\left(\frac{3}{f} \right)^{1/3} \dots_{pr}^{1/3}. \end{aligned} \quad (17)$$

Perhitungan dalam kajian ini menggunakan gaya pasangan sederhana (skematik) dengan fungsional berbentuk

$$E_{pair} = -\sum_q G_q \left[\sum_{S \in q} \sqrt{w_s (1 - w_s)} \right]^2, \quad (18.a)$$

dengan unsur matriks gaya pasangan G_q adalah konstan dengan bentuk $G_{proton} = 22/A$ dan $G_{neutron} = 29/A$, dan w_s dihitung secara iteratif dengan hampiran BCS

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_q}{G_q} &= \sum_{S \in q} \sqrt{w_s (1 - w_s)}, \\ A_q &= \sum_{S \in q} w_s. \end{aligned} \quad (18.b)$$

Kerapatan muatan inti dihitung dengan transformasi invers Fourier-Bessel terhadap faktor bentuk proton dan neutron

$$\dots_c(r) = \frac{1}{2f^2} \int dk k^2 j_0(kr) F_C(k), \quad (19)$$

dengan j_0 fungsi Bessel bola orde nol, dan diperoleh jari-jari r_{ms} muatan inti

$$r_c = \frac{3}{F_C(0)} \left. \frac{d^2 F_C(k)}{dk^2} \right|_{k=0}. \quad (20)$$

Sebagai perbandingan dapat dihitung cari-cari muatan inti dalam model tetes cairan

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (21)$$

dengan r_0 suatu konstanta empiris sebesar 1,2–1,5 fm.

III. METODE PENELITIAN

Dalam fisika inti, tidak dikenal batas-batas yang tajam antara inti-inti ringan, inti-inti bermassa sedang, dan inti-inti berat. Penelitian ini mengkaji rantai-rantai isotop di daerah massa sedang, yaitu secara teknis berupa inti-inti yang mempunyai nomor massa antara 40 s.d. 140. Sampel inti pada kajian ini didasarkan hasil analisis awal oleh Rotival dan Duguet (2009), yaitu rantai isotop Cr dan Sn. Dari hasil analisis mereka, rantai isotop Sn tidak menunjukkan efek halo yang signifikan, sehingga selain rantai isotop Cr, rantai isotop Sn dikaji sebagai pembanding.

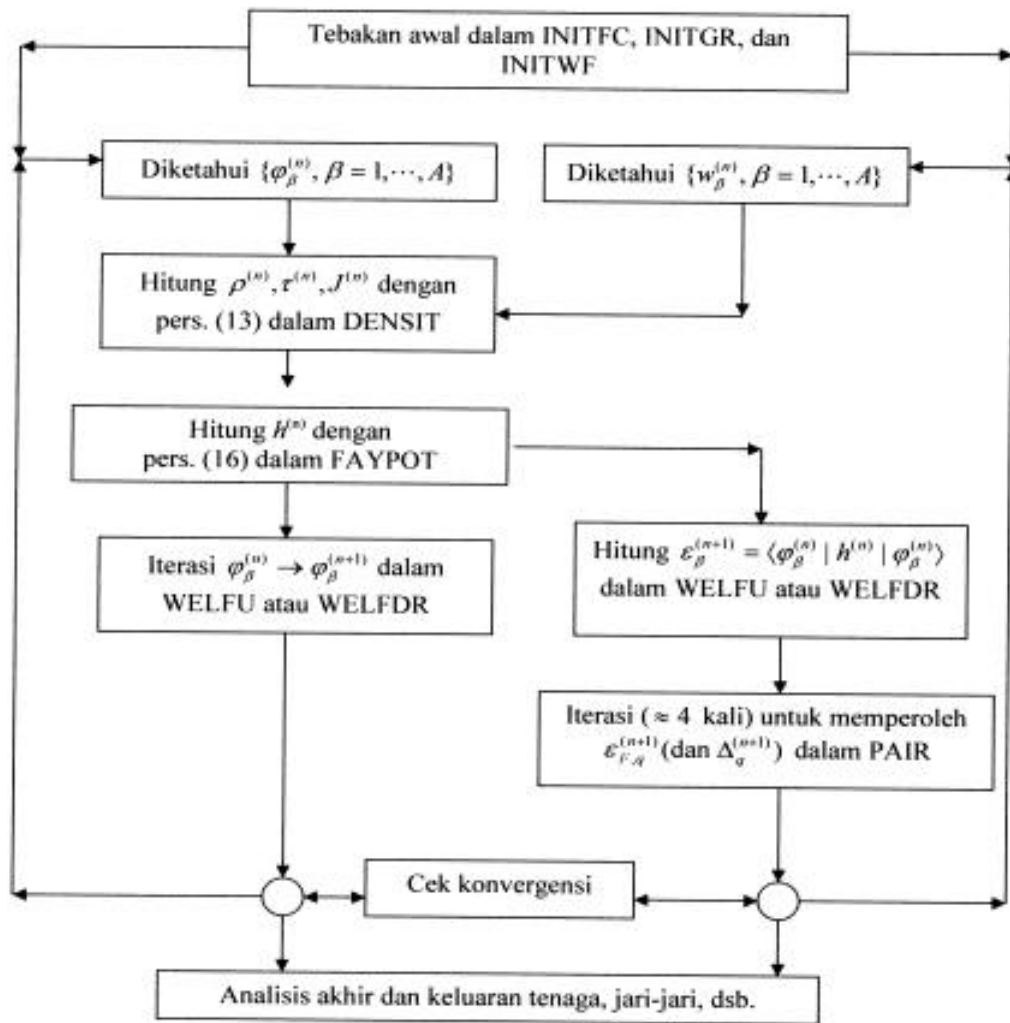
Khusus untuk jari-jari rms muatan inti bermassa sedang, tersedia data pembanding eksperimental (Angeli, 2004) untuk satu isotop Cr dan beberapa isotop Sn.

Untuk membantu perhitungan numerik, program Fortran 77 HAFOMN, yaitu program perhitungan keadaan dasar inti secara swakonsisten dalam ruang koordinat dengan fungsional kerapatan-tenaga Skyrme (Reinhard, 1991) digunakan pada komputer pribadi dengan bahasapemrograman Windows Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.5. Himpunan parameter fungsional Skyrme yang dapat digunakan adalah Z_1 , SkM*, dan SkIII (Friedrich dan Reinhard, 1986), dan nilai parameter ditunjukkan dalam Tabel I. Gaya pasangan dihampiri dengan gaya konstan (pers. 18) dan sumbangan tenaganya dihitung secara iteratif dengan hampiran BCS (pers. 18.a, 18.b).

Proses iteratif untuk menyelesaikan persamaan HF radial (pers. 10) dan persamaan BCS (pers. 18.a, 18.b) guna mendapatkan keadaan dasar inti dimulai dengan potensial osilator harmonik isotropik sebagai tebakan awal (Bertsch, 1991). Ruang koordinat radial dibagi menjadi 29 titik kisi, dengan ukuran langkah 0,3 fm. Cacah kulit partikel-tunggal osilator yang digunakan, n_{\max} dihitung sedemikian rupa sehingga seluruh cacah nukleon (proton atau neutron) dapat tertampung dalam aras-aras tersebut. Misalnya, dalam kajian awal untuk menguji ketelitian model SHF dengan menggunakan rantai isotop beryllium dari nomor massa $A = 7-12$ sebagai bahan pengujian, semua proton dan neutron tertampung dalam orbital-orbital $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, dan $1p_{1/2}$. Dari eigennilai dan eigenfungsi *Hamiltonian* dengan potensial awal, diperoleh tebakan awal kerapatan normal dan kerapatan tensor ($\dots, \epsilon, \epsilon^+$), yang selanjutnya digunakan untuk menghitung potensial partikel-tunggal, $V^{n/p}(\vec{r})$ dengan fungsional kerapatan-tenaga Skyrme (pers. 6). Pada langkah selanjutnya, eigennilai dan eigenfungsi radial *Hamiltonian* partikel-tunggal dengan potensial partikel-tunggal, $V^{n/p}(\vec{r})$ tsb. dihitung dan digunakan untuk menghasilkan nilai baru ($\dots, \epsilon, \epsilon^+$), dst. Jika iterasi konvergen, langkah iterasi dihentikan ketika terpenuhi dua syarat sekaligus: (a) selisih nilai tenaga total partikel-tunggal (pers. 1) pada dua langkah berurutan lebih kecil atau sama dengan nilai toleransi tenaga tertentu, dan (b) selisih nilai jari-jari muatan pada dua langkah berurutan lebih kecil atau sama dengan nilai toleransi jari-jari tertentu. Dalam penelitian ini digunakan nilai toleransi tenaga dan jari-jari berturut-turut sama dengan 0,001 MeV dan 0,001 fm. Jika konvergensi telah tercapai, diperoleh himpunan keadaan partikel-tunggal swakonsisten.

Nilai-nilai kerapatan ($\dots, \epsilon, \epsilon^+$), fungsi gelombang radial (pers. 8), potensial partikel-tunggal $V^{n/p}(\vec{r})$ dan nilai-nilai lain yang bergantung pada jarak radial r (misalnya diferensial terhadap r) disimpan dalam kisi radial dengan titik-titik kisi berjarak sama. Prosedur dasar perhitungan numerik keadaan dasar secara swakonsisten ini digambarkan pada diagram alir dalam Gambar 1. Uraian terinci subrutin-subrutin yang disebutkan dalam diagram alir serta parameter kisi ruang koordinat dsb. dapat dilihat pada Reinhard (1991). Cacah titik kisi yang digunakan adalah NGRID, yang nilainya dihitung untuk menyesuaikan dengan cacah nukleon dalam inti, dengan lebar langkah sama dengan 0,3, yang diharapkan dapat memberikan ketelitian tenaga dan jari-jari sebesar 0,1 %.

Kecuali dikatakan lain, perhitungan yang lengkap memperhitungkan semua suku fungsional tenaga total dalam pers. (1), khususnya fungsional tenaga Skyrme pers. (9), dengan memperhitungkan sumbangan tenaga Coulomb lengkap (suku langsung dan tidak langsung) sesuai pers. (14-17), suku pasangan (18) diperhitungkan dengan skema BCS. Perhitungan kerapatan muatan inti $\dots_c(r)$ secara lengkap memperhitungkan pembungkusan (*folding*) muatan nukleon bebas dengan faktor bentuk (pers. 19), dan koreksi gerak pusat massa dilakukan secara lengkap (dengan operator dua-benda) menggunakan pers. (13).



Gambar 1. Diagram alir untuk perhitungan numerik keadaan dasar secara swakonsisten.

Tabel I. Parameter fungsional Skyrme untuk himpunan parameter Z, SkM*, dan SkIII

Parameter	Z	SkM*	SkIII
t_0	-1983,76	-2645,0	-1128,75
t_1	362,252	410,0	395,0
t_2	-104,27	-135,0	-95,0
t_3	11861,4	15595,0	14000,0
t_4	123,69	130,0	120,0
x_0	1,1717	0,09	0,45
	0	0	0
x_2	0	0	0
x_3	1,7620	0	1,0
Γ	0,25	0,16667	1,0

Sebagaimana disampaikan di muka, proses iteratif untuk menyelesaikan persamaan Hartree-Fock radial (pers. 10) guna mendapatkan keadaan dasar inti dimulai dengan potensial osilator harmonik isotropik sebagai

tebakan awal. Cacah aras partikel-tunggal yang digunakan, n_{\max} dihitung sedemikian rupa sehingga seluruh cacah nukleon (proton atau neutron) dapat tertampung dalam aras-aras tersebut.

Kecuali dikatakan lain, perhitungan yang lengkap memperhitungkan semua suku fungsional tenaga total dalam pers. (1), khususnya fungsional tenaga Skyrme pers. (9), dengan memperhitungkan sumbangan tenaga Coulomb lengkap (suku langsung dan tidak langsung) sesuai pers. (13-14), suku pasangan (17) diperhitungkan dengan skema BCS. Perhitungan kerapatan muatan inti $\dots_c(r)$ secara lengkap memperhitungkan *folding* muatan nukleon bebas dengan faktor bentuk (pers. 19), dan koreksi gerak pusat massa dilakukan secara hampiran dengan menggunakan pers. (12).

Hasil perhitungan keadaan dasar swakonsisten isotop-isotop untuk suatu rantai tertentu (misal Cr) digunakan untuk melakukan analisis kemunculan efek halo.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Melengkapi data hasil-hasil perhitungan sebelumnya oleh Rotival dan Duguet (2009), perhitungan jari-jari rms muatan inti dan jari-jari rms neutron untuk inti-inti bermassa sedang dilakukan pada rantai isotop Cr dengan $A = 50-82$ dan rantai isotop Sn dengan $A = 100-170$.

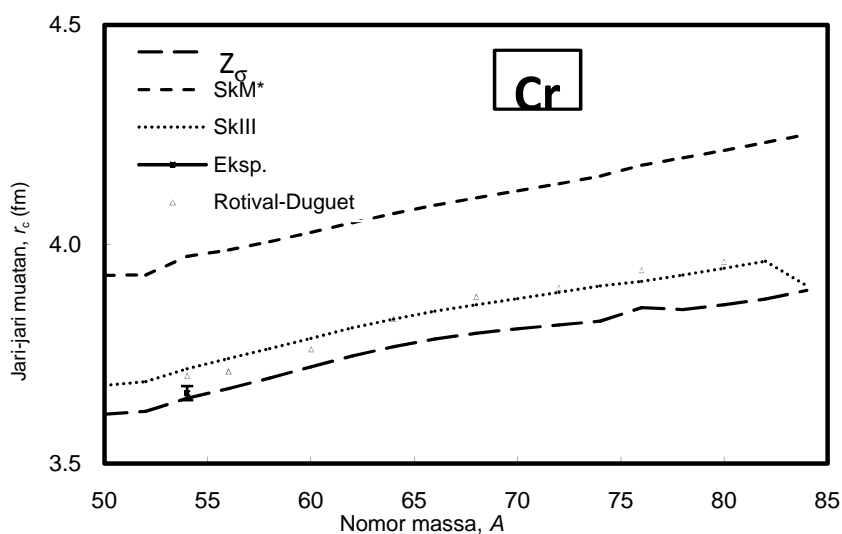
Pada Tabel II dan Gambar 2 ditunjukkan hasil perhitungan jari-jari rms muatan secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr dengan $A = 50-82$. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data dari dua acuan: yang pertama adalah hasil perhitungan swakonsisten Rotival dan Duguet (2009) dengan model HFB nonrelativistik untuk inti bola (Bennaceur dan Dobaczewski, 2005), dan yang kedua adalah sebuah data eksperimental untuk $A = 54$ dari kumpulan data 799 jari-jari muatan inti keadaan dasar dari berbagai eksperimen hamburan elektron elastik, sinar X atom muonik, geseran isotopik K dan geseran isotopik optis hingga Januari 2004 (Angeli, 2004).

Tabel II. Hasil perhitungan jari-jari rms muatan secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan data eksperimental (Angeli, 2004).

A	Perhitungan SHF			Perhitungan lain (Rotival dan Duguet, 2009)	Eksperimen (Angeli, 2004)
	Z	SkM*	SkIII		
50	3,612	3,929	3,678		
52	3,619	3,930	3,687		
54	3,649	3,972	3,716	3,70	3,6604
56	3,671	3,987	3,739	3,71	
58	3,695	4,006	3,762		
60	3,720	4,027	3,785	3,76	
62	3,745	4,049	3,809		
64	3,766	4,070	3,829	3,83	
66	3,784	4,089	3,847		
68	3,797	4,106	3,862	3,88	
70	3,807	4,122	3,876		
72	3,816	4,138	3,890	3,90	
74	3,825	4,155	3,905		
76	3,855	4,180	3,915	3,94	
78	3,851	4,197	3,930		
80	3,862	4,214	3,945	3,96	
82	3,875	4,232	3,961		

Terlihat dari Gambar 2 bahwa titik eksperimental untuk $A = 54$ sesuai dengan hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter Z, dan mendekati hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkIII. Hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkM* sama sekali berbeda dan menyimpang secara sistematis sangat jauh dari semua hasil perhitungan lain dan data eksperimental; kesimpulan ini sangat berbeda dengan kesimpulan dari hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF untuk rantai isotop beryllium (Gambar 2) di mana himpunan parameter SkM* terbukti yang paling teliti. Suatu gejala menarik ditunjukkan oleh perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkIII, yaitu kemunculan puncak dan penurunan jari-jari muatan inti pada $A = 82$ atau cacah neutron sama

dengan 58, namun gejala serupa tidak ditunjukkan oleh hasil perhitungan lain dengan model SHF, sehingga kemunculan efek halo pada $A = 82$ diragukan. Terlihat juga bahwa hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) cukup sesuai dengan hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkIII dan Z.



Gambar 2. Hasil perhitungan jari-jari rms muatan secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan data eksperimental (Angeli, 2004).

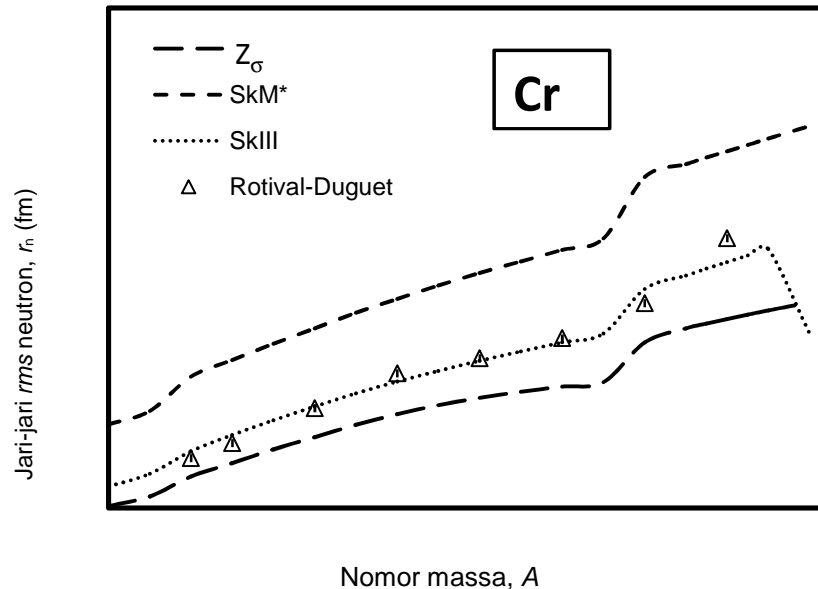
Pada Tabel III dan Gambar 3 ditunjukkan hasil perhitungan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009), dan untuk ini tidak tersedia data eksperimental.

Tabel III. Hasil perhitungan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009).

A	Perhitungan SHF			Perhitungan lain (Rotival dan Duguet, 2009)
	Z	SkM*	SkIII	
50	3.508	3.835	3.586	
52	3.547	3.889	3.638	
54	3.626	4.025	3.727	3.70
56	3.680	4.092	3.792	3.76
58	3.735	4.157	3.851	
60	3.784	4.219	3.906	3.90
62	3.833	4.281	3.959	
64	3.876	4.337	4.006	4.04
66	3.912	4.390	4.049	
68	3.941	4.440	4.089	4.10
70	3.965	4.487	4.127	
72	3.986	4.532	4.163	4.18
74	4.004	4.578	4.198	
76	4.163	4.824	4.376	4.32
78	4.219	4.876	4.430	
80	4.256	4.927	4.484	4.58
81	4.274	4.953	4.511	
82	4.291	4.978	4.536	
84	4.323	5.028	4.198	

Seperti halnya pada perhitungan jari-jari muatan inti (Gambar 2), terlihat dari Gambar 3 bahwa hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr dengan himpunan parameter SkM* sama sekali berbeda dan menyimpang secara sistematis sangat jauh dari semua hasil perhitungan lain. Terlihat juga

bahwa hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) cukup sesuai dengan hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkIII namun berbeda dari hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter Z terutama untuk nomor massa besar. Hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) memprediksi efek halo terjadi pada $A = 80$, dan untuk melakukan pengecekan secara halus dalam perhitungan swakonsisten SHF diperhitungkan juga $A = 79$ dan $A = 81$, namun dari ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF hanya perhitungan dengan himpunan parameter SkIII menunjukkan adanya efek halo, itupun tidak terjadi pada $A = 80$ melainkan $A = 82$. Sesuai dengan hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009), ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF menunjukkan adanya lonjakan (*kink*) yang dimulai dari $A = 74$.



Gambar 3. Hasil perhitungan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Cr. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan data eksperimental (Angeli, 2004).

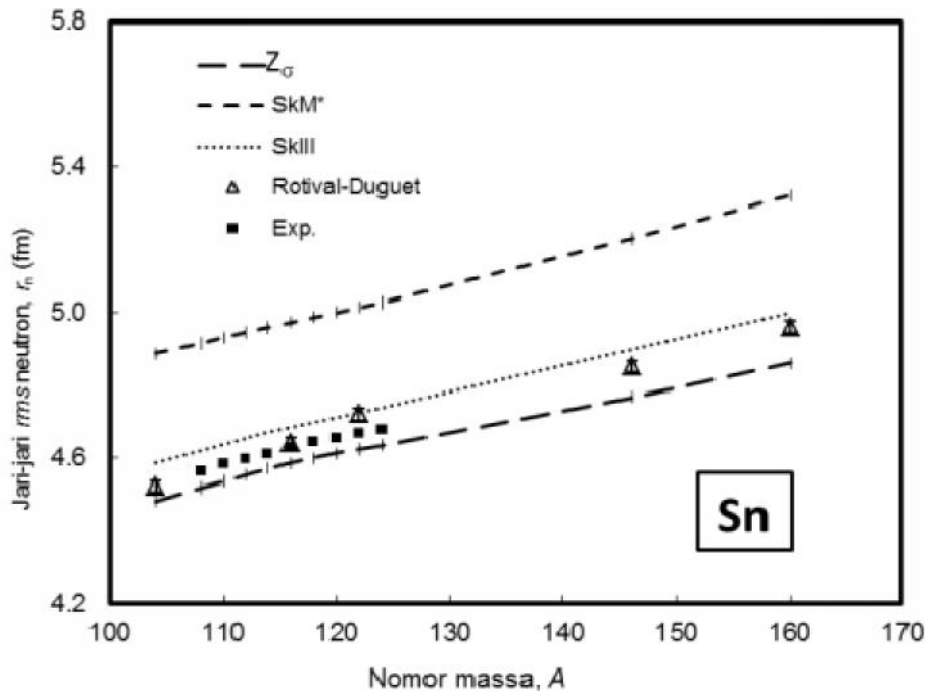
Pada Tabel IV dan Gambar 4 ditunjukkan hasil perhitungan jari-jari rms muatan secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Sn dengan $A = 104-160$. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan data eksperimental (Angeli, 2004).

Tabel IV. Hasil perhitungan jari-jari rms muatan secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Sn. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan data eksperimental (Angeli, 2004).

A	Perhitungan SHF			Perhitungan lain (Rotival dan Duguet, 2009)	Eksperimen (Angeli, 2004)
	Z	SkM*	SkIII		
104	4.481	4.886	4.584	4.52	
108	4.517	4.915	4.62		4.5607
110	4.535	4.93	4.637		4.5807
112	4.552	4.945	4.653		4.5943
114	4.569	4.959	4.669		4.6103
116	4.584	4.973	4.684	4.64	4.6266
118	4.598	4.987	4.698		4.6413
120	4.611	5.001	4.712		4.6543
122	4.623	5.014	4.725	4.72	4.6657
124	4.634	5.026	4.738		4.6759
146	4.766	5.203	4.899	4.85	
160	4.859	5.321	4.999	4.96	

Hasil perhitungan jari-jari rms muatan oleh Rotival dan Duguet (2009) tidak memprediksi adanya efek halo proton, dan hal ini dipertegas oleh hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan ketiga himpunan parameter, seperti terlihat dari Gambar 4. Terlihat juga bahwa data eksperimental sesuai dengan hasil

perhitungan Rotival dan Duguet (2009) untuk daerah massa $A = 108-124$ yang ditunjukkan, namun hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan himpunan parameter SkIII dan Z secara sistematis berturut-turut sedikit lebih besar dan sedikit lebih kecil dari data eksperimental dan hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009), kecuali untuk $A = 122$ di mana hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan himpunan parameter SkIII sesuai dengan hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009). Seperti halnya pada perhitungan jari-jari muatan inti dan jari-jari rms neutron untuk isotop-isotop Cr (Gambar 2 dan 4), terlihat dari Gambar 4 bahwa hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkM* sama sekali berbeda dan menyimpang secara sistematis sangat jauh dari semua hasil perhitungan lain dan data eksperimental.



Gambar 4. Hasil perhitungan jari-jari rms muatan secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Sn. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) dan data eksperimental (Angeli, 2004).

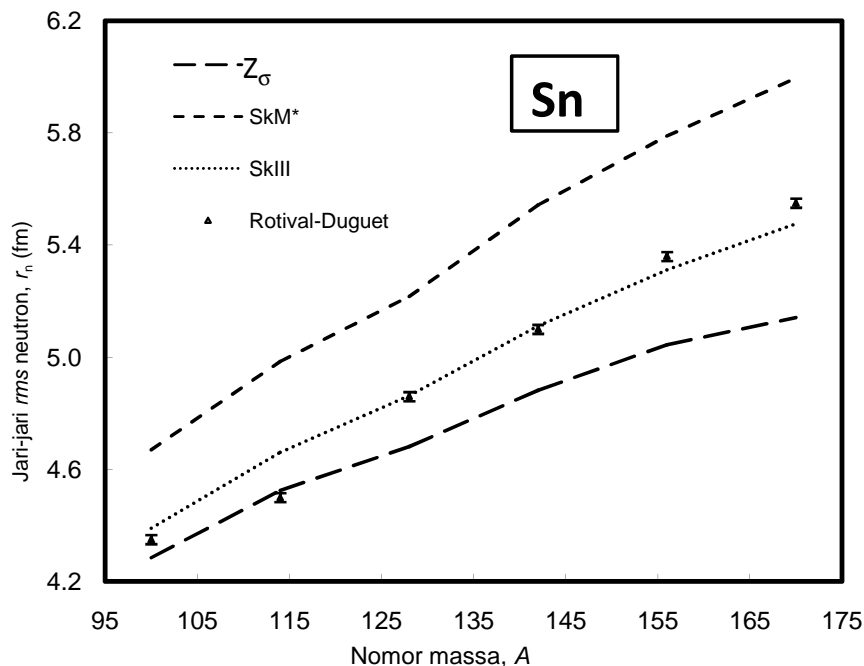
Pada Tabel V dan Gambar 5 ditunjukkan hasil perhitungan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Sn pada $A = 100-170$. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009).

Tabel V. Hasil perhitungan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Sn. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009).

A	Perhitungan SHF			Perhitungan lain (Rotival dan Duguet, 2009)
	Z	SkM*	SkIII	
100	4.285	4.669	4.390	4.35
114	4.525	4.985	4.660	4.50
128	4.681	5.217	4.862	4.86
142	4.882	5.543	5.111	5.10
156	5.044	5.788	5.311	5.36
170	5.141	5.995	5.476	5.55

Seperti halnya pada hasil perhitungan jari-jari muatan inti dan jari-jari rms neutron untuk isotop-isotop Cr (Gambar 2 dan 4) dan hasil perhitungan jari-jari muatan inti untuk isotop-isotop Sn (Gambar 4), terlihat dari Gambar 5 bahwa hasil perhitungan swakonsisten jari-jari rms neutron untuk isotop-isotop Sn dengan model SHF dengan himpunan parameter SkM* sama sekali berbeda dan menyimpang secara sistematis sangat jauh dari semua hasil perhitungan lain.

Mirip dengan perhitungan jari-jari rms neutron untuk isotop-isotop Cr (Gambar 3), pada Gambar 5 terlihat bahwa hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) sesuai dengan hasil perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan himpunan parameter SkIII, kecuali pada $A = 114$ di mana hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) sesuai dengan hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan himpunan parameter Z . Hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009) tidak memprediksi efek halo untuk isotop-isotop Sn, dan hal ini dipertegas oleh semua hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan ketiga himpunan parameter. Sesuai dengan hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009), ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF tidak menunjukkan adanya lonjakan.



Gambar 5. Hasil perhitungan jari-jari rms neutron secara swakonsisten dengan model SHF untuk isotop-isotop Sn. Sebagai pembandingan ditunjukkan pula data hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009).

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada perhitungan jari-jari muatan inti secara swakonsisten dengan model SHF untuk inti ringan dengan mengambil contoh rantai isotop beryllium dengan nomor massa $A = 7-12$ dan tiga himpunan parameter Skyrme (Z , SkM^* , and $SkIII$), hasil perhitungan dengan ketiga himpunan parameter Skyrme menghasilkan kecenderungan sistematis yang sesuai data eksperimental, dalam arti jari-jari muatan mengecil dari ${}^7\text{Be}$ ke ${}^{10}\text{Be}$ lalu membesar untuk inti halo 1-neutron ${}^{11}\text{Be}$, kemudian naik lebih banyak lagi untuk ${}^{12}\text{Be}$, namun hanya berhasil memunculkan titik balik kedua dan gagal memunculkan titik balik pertama. Selain itu, himpunan parameter SkM^* memberikan hasil perhitungan paling teliti sejauh menyangkut simpangan rata-rata terhadap data eksperimental terbaru.

Pada perhitungan jari-jari rms muatan inti dan jari-jari rms neutron untuk inti-inti bermassa sedang pada rantai isotop Cr dengan dengan $A = 50-82$ dan rantai isotop Sn pada $A = 100-170$, ternyata hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan himpunan parameter Z , dan $SkIII$ secara umum cukup sesuai dengan data eksperimental yang ada dan perhitungan sebelumnya, sedangkan hasil SkM^* sama sekali berbeda dan menyimpang secara sistematis sangat jauh dari data eksperimental yang ada serta semua hasil perhitungan lain.

Hasil perhitungan sebelumnya memprediksi efek halo terjadi untuk isotop Cr pada $A = 80$, namun dari ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF hanya perhitungan dengan himpunan parameter $SkIII$ menunjukkan adanya efek halo, itupun tidak terjadi pada $A = 80$ melainkan $A = 82$. Sesuai dengan hasil perhitungan Rotival dan Duguet (2009), ketiga hasil perhitungan swakonsisten SHF menunjukkan adanya lonjakan (*kink*) yang dimulai dari $A = 74$. Hasil perhitungan swakonsisten SHF dengan ketiga himpunan parameter pada rantai isotop Sn tidak memprediksi adanya inti halo, sesuai dengan hasil perhitungan sebelumnya.

Perhitungan swakonsisten dengan model SHF dengan ketiga himpunan parameter pada inti-inti bermassa sedang memberikan hasil paling teliti dengan himpunan parameter Z dan SkIII, berbeda dengan hasil perhitungan swakonsisten pada inti ringan di mana yang paling teliti adalah himpunan parameter SkM*. Penelitian yang telah dilakukan barulah tahap awal dengan mengkaji hubungan antara jari-jari inti (muatan dan neutron) dan nomor massa, dan belum mengkaji secara lebih mendalam tentang hubungan antara kemunculan efek halo (inti halo) dan struktur kulit. Untuk penelitian lebih lanjut perlu dikaji hubungan antara kemunculan efek halo, khususnya pada rantai isotop Cr, dan struktur kulit secara lebih mendalam, misalnya dengan menggunakan kriteria baru yang sudah dirintis oleh Rotival dan Duguet.

UCAPAN TERIMA KASIH

Publikasi ini merupakan bagian kegiatan Penelitian Fundamental DP2M Ditjen Dikti Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan yang dibiayai melalui Kopertis Wilayah V Daerah Istimewa Yogyakarta, Nomor Kontrak 1141.5/K5/KL/2013, tanggal 21 Mei 2013.

DAFTAR PUSTAKA

- Angeli, I., 2004, "A consistent set of nuclear rms charge radii: properties of the radius surface $R(N,Z)$," *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **87**(2), 185-206.
- Bender, M., Heenen, P.-H., dan Reinhard, P.-G., 2003, "Self-consistent mean-field models for nuclear structure," *Rev. Mod. Phys.*, **75**, 121-180.
- Bennaceur, K. dan Dobaczewski, J., 2005, "Coordinate-space solution of the Skyrme-Hartree-Fock-Bogolyubov equations within spherical symmetry. The program HFBRAD (v1.0)," *Comput. Phys. Commun.*, **168**, 96-122.
- Capel, P., Johnson, R. C., dan Nunes, F. M., 2011, "Nuclear halo structure by the ratio method", *preprint arXiv:1104.2228v1 [nucl-th]* 12 Apr 2011.
- Friedrich, J. dan Reinhard, P.-G., 1986, "The nonlinearity of the scalar field in a relativistic mean-field theory," *Phys. Rev.*, **C33**, 335-351.
- Garrido, E. dan Moya de Guerra, E., 2000., *Phys. Lett.*, **B488**, 68.
- Hansen, P.G. and Johnson, B., 1987, "The neutron halo of extremely neutron-rich nuclei" *Europhys. Lett.*, **4**, 409-414.
- Jensen, A. S. , Riisager, K. , Fedorov, D. V., dan Garrido, E. , 2004, "Structure and reactions of quantum halos". *Rev. Mod. Phys.*, **76**, 215-261.
- Meng, J., Tanihata, I., dan Yamaji, S., 1998, "The proton and neutron distributions in Na isotopes: the development of halo and shell structure", *Phys. Lett. B*, **B419** (1-4), 1-6.
- Moya de Guerra, E., Garrido, E., dan Sarriguren, P., 2002, dalam *Challenges of Nuclear Structure, Proc. 7th International Spring Seminar on Nuclear Physics*, A. Covello (ed.), Singapore: World Scientific, p. 63.
- Oktova, R., 2011, "Perhitungan distribusi muatan inti halo ^{11}Li secara swakonsisten dengan metode Skyrme-Hartree-Fock", *Jurnal Fisika*, **1** (2), 59-65.
- Reinhard, P.-G., 1991, "The Skyrme-Hartree-Fock model of the nuclear ground state", dalam *Computational Nuclear Physics I: Nuclear structure*, K. Langanke, J.A. Maruhn, dan S.E. Koonin (ed.), Berlin: Springer Verlag, pp. 28-50.
- Ring, P. dan Schuck, P., 2000, "The Nuclear Many-Body Problem," Berlin: Springer, cetakan kedua edisi pertama.
- Rotival, V. dan Duguet, T., 2009, "New analysis method of the halo phenomenon in finite many-fermion systems: First applications to medium-mass atomic nuclei", *Phys. Rev.*, **C79**, 054308-054331.
- Sánchez, R. , Nörttershäuser, W. , Ewald, G. , Albers, D. , Behr, J. , Bricault, P. , Bushaw, B., Dax, A., Dilling, J. , Dombisky, M. , Drake, G.W.F. , Götte, S. , Kirchner, R. , Kluge, H.-J. , Kühl, Th., Lassen, J. , Levi, C.D.P. , Pearson, M.R. , Prime, E. , Ryjkov, V. , Wojtaszek, A. , Yan, Z.-C., dan Zimmermann, C., 2006, "Nuclear charge radii of $^{9,11}\text{Li}$: the influence of halo neutrons," *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 033002.
- Sharma, M., Bhagwat, A., Khan, Z., Haider, W., dan Gambhir, Y., 2011, "Neutron density distribution and the halo structure of ^{22}C ", *Phys. Rev. C*.

Tanihata, I. , Kobayashi, T. , Yamakawa, O., Shimoura, S., Ekuni, K., Sugimoto, K., Takahashi, N., Shimoda, T., Sato, H., 1988, "Measurement of interaction cross sections using isotope beams of Be and B and isospin dependence of the nuclear radii," *Phys. Lett. B*, **206**, 592-596.