

INVERSI DATA GRAVITASI DUA DIMENSI DENGAN MEMINIMUMKAN MOMEN INERSIA

Fatkulloh

Program Magister Pendidikan Fisika, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta
Kampus II, Jl. Pramuka 42, Yogyakarta 55161
E-mail: fatkulloh@yahoo.co.id

INTISARI

Inversi data gravitasi dua dimensi dengan meminimumkan momen inersia telah direalisasikan menggunakan program Matlab berbasis Windows. Prinsip metode inversi ini adalah menggunakan fungsi bobot momen inersia, yaitu dengan mengambil tebakan pusat gravitasi atau garis yang melalui pusat gravitasi yang sesuai dengan profil data gravitasi. Pusat gravitasi yang ditetapkan menentukan besarnya fungsi bobot. Fungsi bobot momen inersia merupakan fungsi jarak dari tiap-tiap blok. Pengujian program untuk tujuh data sintetik diperoleh model hasil inversi yang mirip dengan bentuk model yang diuji dengan ralat maksimum 4,6% dan 6,53% untuk pengujian data lapangan. Namun demikian untuk pengujian benda terpisah diperoleh model hasil inversi yang tidak menggambarkan model benda yang diuji.

Kata kunci : inversi, data gravitasi, pusat gravitasi, momen inersia

I. PENDAHULUAN

Interpretasi data gravitasi memiliki sifat tidak *unique*, artinya untuk satu profile anomali gravitasi memiliki tak hingga solusi atau ambiguitas, sehingga metode inversi banyak mengalami perkembangan, diantaranya Backus dan Gilbert (1967) dengan dasar kriteria pemimuman fungsi jarak antara model awal dengan benda sebenarnya melalui *Langrange multiplier*. Last dan Kubik (1983) menggunakan kriteria kompak yaitu memaksimumkan kekompakan atau meminimumkan luas penampang (2D). Rene (1986) menggunakan kriteria “buka”, “tampak” dan “isi” yang modelnya tumbuh pada arah yang diinginkan dalam ruang model yang sudah ditentukan densitasnya. Model dapat diberikan dengan mengisi satu atau beberapa elemen dan pada setiap kali iterasi hanya ada satu elemen yang terisi.

Guillen dan Menichetti (1984) memperkenalkan sebuah metode inversi dengan meminimumkan fungsi khusus, yaitu fungsi momen inersia. Fungsi bobot yang dipilih adalah yang membawa model menuju bentuk yang mengumpul pada suatu titik pusat gravitasi atau garis yang melalui pusat gravitasi, yaitu dengan meminimumkan fungsi momen inersia. Dengan demikian tiap-tiap blok akan dapat memperoleh kontras densitas tunggal.

Pendekatan dengan meminimumkan fungsi momen inersia disekitar titik pusat gravitasi dilakukan apabila profil data gravitasi mendekati bentuk simetri. Apabila profil data gravitasi membentuk sudut tertentu, maka pendekatan yang digunakan adalah dengan meminimumkan momen inersia pada sekitar garis yang melalui titik pusat gravitasi dengan sudut atau kemiringan tertentu.

Pada penelitian ini akan direalisasikan metode inversi dengan meminimumkan fungsi momen inersia untuk data gravitasi benda anomali dua dimensi dengan menggunakan *perangkat lunak* Matlab versi 5.3.1 berbasis Windows. Dengan program ini, kita akan mengetahui struktur bawah permukaan. Hasil pembuatan program akan diuji dengan data sintetik yang dihitung dari model benda anomali dua dimensi. Hasil inversi dibandingkan dengan model yang dibuat. Pengujian lainnya adalah dengan menggunakan data lapangan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Medan Gravitasi dan Potensial Gravitasi

Hukum Newton tentang gravitasi menyatakan bahwa gaya tarik-menarik antara dua partikel yang mempunyai massa m_1 dan m_2 dengan jarak antara ke dua titik pusat massanya r adalah

$$F(r) = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}, \quad (1)$$

dengan γ adalah konstanta gravitasi yang besarnya $6,672 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$. Gaya per-satuan massa yang mempunyai jarak r dari m_1 disebut medan gravitasi dari partikel m_1

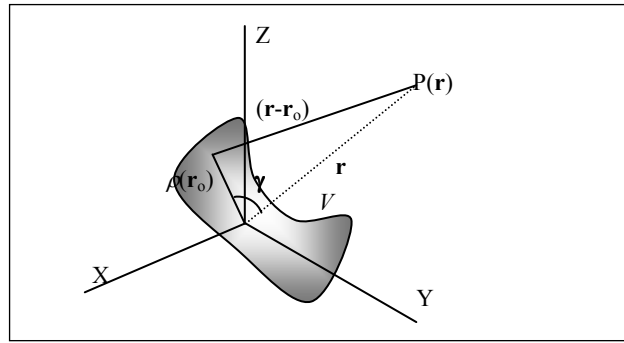
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\gamma \frac{m_1}{r^3} \mathbf{r} \quad (2)$$

Karena medan ini bersifat konservatif, maka medan gravitasi dapat dinyatakan sebagai gradien dari suatu fungsi potensial skalar $U(r)$ sebagai

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla U(r) \quad (3)$$

dengan

$$U(r) = -\gamma \frac{m_1}{r} \text{ yang merupakan potensial gravitasi dari massa } m_1$$



Gambar 1. Distribusi massa kontinyu dengan rapat massa $\rho(\mathbf{r}_0)$ di dalam volume V dan titik P dimana dihitung potensial gravitasi dari massa seluruh V .

Potensial gravitasi dari suatu distribusi massa yang kontinyu di suatu titik P di luar distribusi massa tersebut merupakan suatu bentuk integral. Jika massa yang terdistribusi kontinyu tersebut mempunyai rapat massa $\rho(\mathbf{r}_0)$ di dalam volume V , maka potensial di suatu titik P di luar V (Gambar 1) adalah

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \gamma} \quad (4)$$

$$U_p(\mathbf{r}) = -\int_V \frac{\gamma dm}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} = -\gamma \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}_0) d^3 \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}$$

Jika integral volume diambil untuk seluruh bumi, maka kita dapatkan potensial gravitasi bumi di ruang bebas, sedang medan gravitasinya kita dapatkan dengan menurunkan potensial tadi.

Jika medan gravitasi pada titik P diberi simbol g

$$g = |-\mathbf{E}(\mathbf{r})| = |\nabla U_r|$$

$$g = \frac{\partial U_p}{\partial z} = -\gamma \int_V \frac{\rho(r)(z_0 - z) d^3 r_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}} \quad (5)$$

Medan gravitasi g disebut juga percepatan gravitasi. Satuan g dalam cgs adalah gal, di mana $1 \text{ gal} = 1 \text{ cm/s}^2$. Nilai g ini bergantung pada bentuk bumi sebenarnya dan distribusi rapat massa $\rho(\mathbf{r}_0)$ di dalam bumi.

B. Anomali Residu Data Gravitasi

Residu didefinisikan sebagai apa yang tersisa setelah efek regional dihilangkan (Sheriff, 1990). Anomali residu data gravitasi diperoleh dengan cara mengurangkan kecenderungan regional terhadap data anomali gravitasi. Secara kuantitatif, definisi sederhana anomali residu data gravitasi adalah (Griffin, 1949)

$$\Delta g = \Delta g(o) - \Delta \bar{g}(r) \quad (6)$$

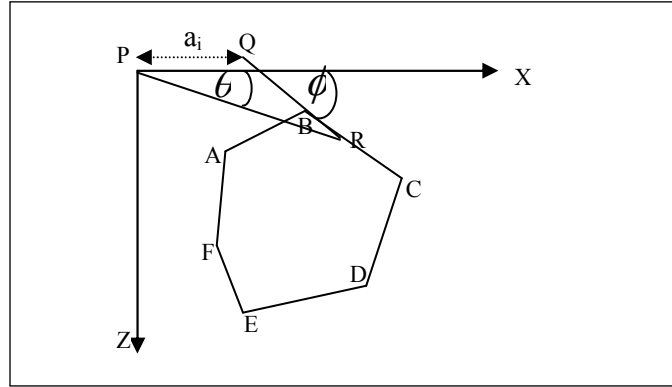
$$\Delta \bar{g}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta g(r, \theta) d\theta \quad (7)$$

yaitu nilai gravitasi rerata pada jarak radial r dari titik $\Delta g(0)$ pada peta anomali gravitasi.

C. Perhitungan Efek Gravitasi Benda Dua Dimensi

Yang dimaksud benda dua dimensi di sini adalah benda tiga dimensi yang mempunyai penampang yang sama di mana saja dengan panjang tak berhingga pada salah satu arah koordinat. Dalam beberapa kasus, pola kontur anomali Bouguer berbentuk berjajar, yang mengindikasikan bahwa penyebab anomali adalah

struktur yang sangat panjang. Dalam kasus seperti ini, sering akan lebih praktis bila benda tersebut dinyatakan dalam bentuk 2-dimensi dari pada 3-dimensi.



Gambar 2. Elemen geometri dan perhitungan efek gravitasi poligon bersisi n (Talwani dkk., 1959).

Pada Gambar 2 ABCDEF adalah titik-titik sudut sebuah poligon dan P adalah titik amat di mana efek gravitasi poligon ini akan ditentukan. P dianggap sebagai titik pusat sistem koordinat XZ, dan poligon berada pada bidang XZ ini. Sumbu Z adalah positif ke bawah dan θ adalah positif dari arah sumbu X positif ke sumbu Z positif. Hubbert (1948) menunjukkan bahwa komponen vertikal efek gravitasi benda dua dimensi pada titik P adalah

$$G = 2\gamma\rho \oint zd\theta \quad (8)$$

dimana ρ adalah densitas poligon dan z adalah efek gravitasi untuk satu satuan sisi poligon. Integral garis di atas dilakukan pada seluruh sisi poligon. Untuk menghitung kontribusi suatu sisi (Talwani dkk., 1959), misalnya BC, pada $\int zd\theta$ dibuat garis yang meneruskan CB hingga memotong sumbu X di titik Q dengan sudut Φ_i . Bila PQ adalah a_i , maka

$$z = x \tan \theta \quad (9)$$

dan untuk sembarang titik, misalnya R pada BC

$$z = (x - a_i) \tan \phi_i \quad (10)$$

Dari persamaan (9) dan (10) diperoleh

$$z = \frac{a_i \tan \theta \tan \phi_i}{\tan \phi_i - \tan \theta} \quad (11)$$

$$\int_{BC} zd\theta = \int_0^c \frac{a_i \tan \theta \tan \phi_i}{\tan \phi_i - \tan \theta} d\theta \equiv Z_i \quad (12)$$

sekarang komponen vertikal menjadi

$$G = 2\gamma\rho \sum_{i=1}^n Z_i \quad (13)$$

secara umum,

$$Z_i = a_i \sin \phi_i \cos \phi_i \left[\theta_i - \theta_{i+1} + \tan \phi_i \ln \frac{\cos \theta_i (\tan \theta_i - \tan \phi_i)}{\cos \theta_{i+1} (\tan \theta_{i+1} - \tan \phi_i)} \right] \quad (14)$$

dengan

$$\theta_i = \arctan z_i / x_i \quad \phi_i = \arctan (z_{i+1} - z_i) / (x_{i+1} - x_i)$$

$$\theta_{i+1} = \arctan z_{i+1} / x_{i+1}$$

$$a_i = x_{i+1} + z_{i+1} \frac{x_{i+1} - x_i}{z_i - z_{i+1}}$$

pada beberapa kasus, Z_i akan menjadi lebih sederhana.

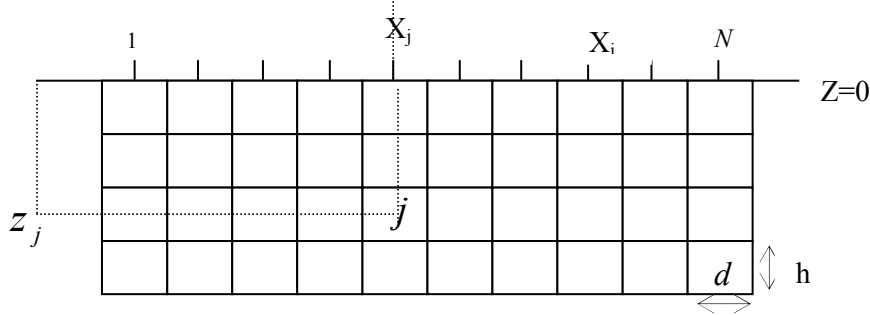
Jika $x_i = x_{i+1}$ maka $Z_i = x_i \ln (\cos \theta / \cos \theta_{i+1})$

Jika $z_i = z_{i+1}$ maka $Z_i = z_i (\theta_{i+1} - \theta_i)$.

Kedua kasus ini akan mempermudah perhitungan efek gravitasi dari benda anomali yang berbentuk persegi empat.

D. Model Dua Dimensi

Pada metode inversi ini sumber anomali berbentuk blok-blok persegi empat identik dan teratur, masing-masing blok mempunyai kontras densitas tertentu.



Gambar 3. Model dimensi dua, menggambarkan titik data i, blok j dengan h dan d adalah dimensi vertikal dan horisontal satu blok.

Efek gravitasi pada titik data ke-i adalah

$$g_i = \sum_{j=1}^M a_{ij} v_j + e_i \quad i = 1..N \tag{15}$$

dengan : g_i = efek gravitasi pada titik-i

v_j = densitas blok ke-j

e_i = derau (*noise*) pada titik ke-i

$a_{i,j}$ = kontribusi dari blok j terhadap nilai gravitasi pada pengukuran titik-i (elemen matrik yang menjabarkan efek gravitasi blok ke-j di titik amat i untuk satu satuan densitas), dan

$$a_{ij} = 2\gamma (x_i - x_j + d/2) \log (r_2 r_3 / r_1 r_4) + d \log (r_4 / r_3) + (z_j - h/2)(\theta_4 - \theta_2) + (z_j + h/2)(\theta_3 - \theta_1) \tag{16}$$

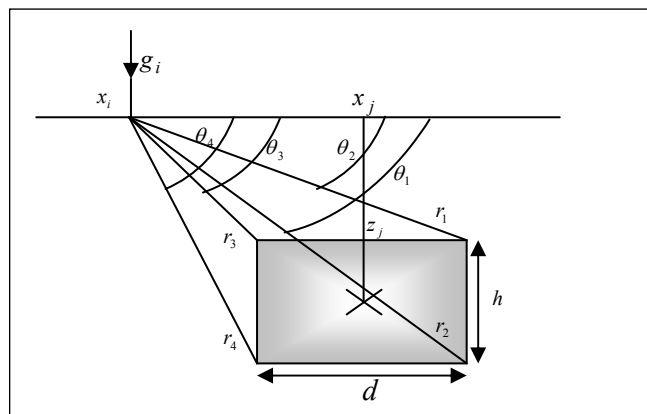
$$\theta_1 = \arctan (x_i - x_j + d/2) / (z_j - h/2) \quad r_1 = [(z_j - h/2)^2 + (x_i - x_j + d/2)^2]^{1/2}$$

$$\theta_2 = \arctan (x_i - x_j + d/2) / (z_j + h/2) \quad r_2 = [(z_j + h/2)^2 + (x_i - x_j + d/2)^2]^{1/2}$$

$$\theta_3 = \arctan (x_i - x_j - d/2) / (z_j - h/2) \quad r_3 = [(z_j - h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2]^{1/2}$$

$$\theta_4 = \arctan (x_i - x_j - d/2) / (z_j + h/2) \quad r_4 = [(z_j + h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2]^{1/2}$$

γ adalah konstanta gravitasi.



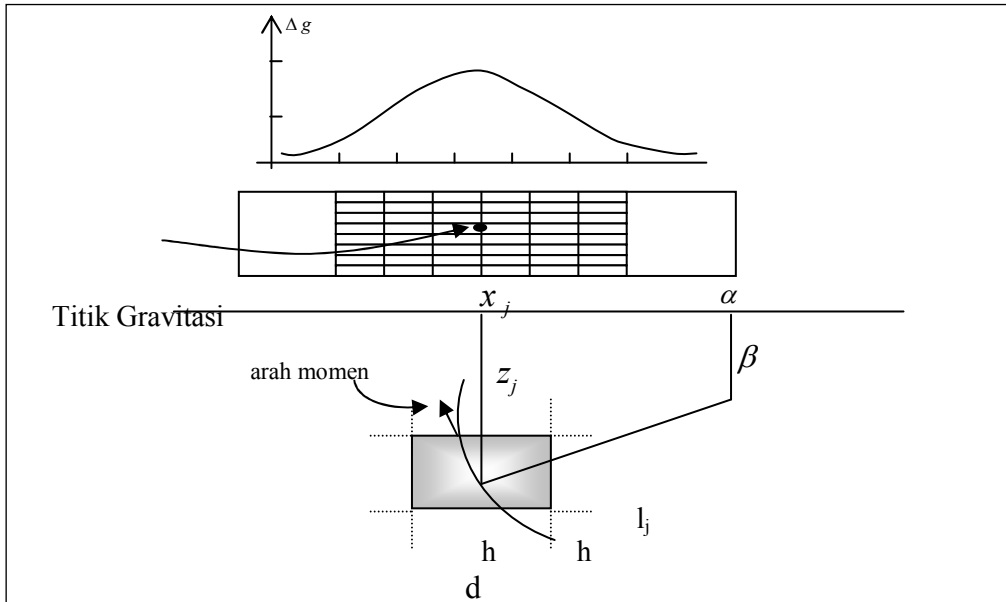
Gambar 4. Prisma 2-D

Persamaan (15) dan (16) dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\mathbf{G} = \mathbf{A} \mathbf{V} + \mathbf{E} \quad (17)$$

Dengan asumsi ralat (\mathbf{E}) pada persamaan (17) diabaikan, maka problem inversi gravitasi dapat dinyatakan sebagai berikut : diketahui data anomali gravitasi observasi (\mathbf{G}), kita dapatkan distribusi densitas (\mathbf{V}) yang menyebabkan (\mathbf{G}).

E. Momen Inersia sekitar Pusat Titik Gravitasi



Gambar 5. Momen inersia suatu blok terhadap titik gravitasi.

Momen inersia M adalah jumlah dari momen individu M_j

$$M = \sum_j^m M_j \quad (18)$$

Karena densitas masing-masing blok-blok adalah konstan, maka momen mempunyai bentuk.

$$M_j = \Omega_j \nu_j (k_j^2 + l_j^2) \quad (19)$$

dengan

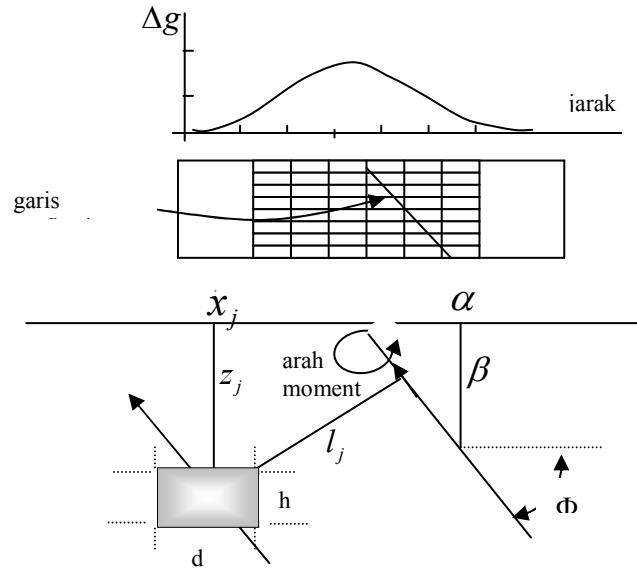
- l_j = jarak dari pusat gravitasi blok- j ke pusat (titik/garis) gravitasi
- k_j = koefisien yang bergantung pada bentuk elemen- j (jari-jari gerasi blok ke- j)
- Ω_j = dimensi blok- j

$$(l_j)^2 = (x_j - \alpha)^2 + (z_j - \beta)^2 \quad (20)$$

$$(k_j)^2 = \frac{(d^2 + h^2)}{12} \quad (21)$$

Posisi alfa ditentukan dengan mengambil nilai puncak *profile* sedangkan posisi beta mengambil 0,4 s/d 0,6 dari kedalaman model (Grand and West, 1965).

F. Momen Inersia sekitar Pusat Sumbu Gravitasi



Gambar 6. Momen inersia suatu blok terhadap garis gravitas.

Apabila ϕ adalah sudut kemiringan sumbu, maka jarak dari titik pusat blok ke sumbu Δ adalah

$$(l_j)^2 = (x_j - \alpha)^2 \sin^2 \Phi + (z_j - \beta)^2 \cos^2 \Phi - (x_j - \alpha)(z_j - \beta) \sin^2 \Phi \quad (22)$$

$$(k_j)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{d^2}{3} \cos^2 \Phi - \frac{dh}{4} \sin^2 \Phi + \frac{d^2}{3} \sin^2 \Phi \right) \quad (23)$$

G. Meminimumkan Momen Inersia

Bobot W_j didefinisikan sebagai

$$M_j = W_j V_j \quad (24)$$

$$W_j = \frac{\Omega_j \nu_j (k_j^2 + d_j^2)}{|\nu_j| + \varepsilon} \quad (25)$$

Jadi momen inersia M_j adalah

$$= 0 \quad \text{jika } V_j = 0 \quad (26)$$

$$= \Omega_j (k_j^2 + d_j^2) |\nu_j| \quad \text{jika } V_j \neq 0. \quad (27)$$

III. METODE PENELITIAN

Dari hasil pengkajian terhadap kasus-kasus inversi sebelumnya, dapat didefinisikan suatu fungsi kuadrat terkecil yang dapat digunakan pada permasalahan inversi gravitasi secara umum (Last and Kubik, 1983). Fungsi tersebut berbentuk

$$q = \sum^M W_{\nu_j} \nu_j^2 + \sum^N W_{e_j} e_j^2 \quad (28)$$

dengan

W_{ν_j} = fungsi bobot kontras densitas blok j

W_{e_j} = fungsi bobot derau stasion I

dengan asumsi tidak ada derau dan untuk tujuan komputasi, maka fungsi least square dapat dituliskan

$$q = \sum^M W_{\nu_j} \nu_j^2 \rightarrow \min \quad (29)$$

dengan $W_{vj} = f_v(v_j)/v_j^2 =$ fungsi bobot densitas.

Strategi yang diusulkan di sini adalah meminimumkan momen inersia dan fungsi bobot densitasnya adalah sama dengan persamaan (25). Kita lihat bahwa $[W_j]$ adalah fungsi khusus dari V_j sebagai konsekuensinya masalah menjadi tidak linear dan pemecahannya menjadi iteratif. Dalam notasi matriks (matriks bobot adalah diagonal) perhitungan densitas pada iterasi ke-k dengan asumsi tidak ada derau adalah

$$\mathbf{V}^{*(k)} = \left[\mathbf{w}_v^{(k-1)} \right]^{-1} \left[\mathbf{A}^T \right] \left[\mathbf{A} \left[\mathbf{w}_v^{(k-1)} \right]^{-1} \left[\mathbf{A}^T \right] \right]^{-1} \mathbf{G} \quad (30)$$

Pada tiap langkah \mathbf{W}_v didefinisikan oleh iterasi sebelumnya.

$$\left[\mathbf{W}_v^{k-1} \right]_{jj}^{-1} = \frac{dh(k_j)^2 + (l_j)^2}{|v_j| + \varepsilon} \quad (31)$$

Untuk iterasi pertama ditentukan

$$\mathbf{W}_v^{(0)} = \mathbf{I} \quad (32)$$

Iterasi berikutnya akan memberikan \mathbf{W}_v pada persamaan (30) dengan \mathbf{V} yang diperoleh dari iterasi sebelumnya. Iterasi akan berhenti jika konvergensi telah dicapai secara otomatis, yaitu apabila ralat antara Gcal dan Gobs lebih kecil dari nilai toleransi yang ditetapkan.

Berdasarkan pengkajian secara geologi, umumnya nilai kontras densitas anomali dapat diperkirakan berkisar diantara nilai-nilai tertentu, sehingga untuk masing-masing blok berlaku

$$v_{\min} \leq v_j \leq v_{\max} \quad (33)$$

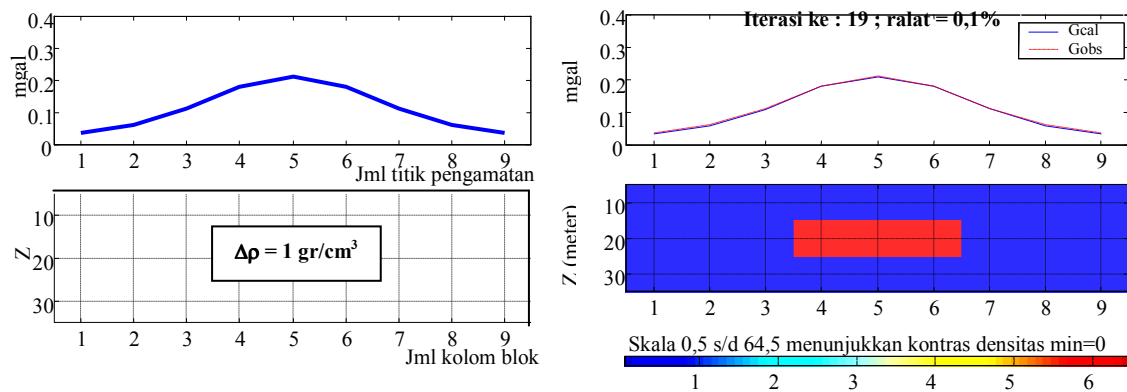
Apabila kondisi tersebut digunakan sebagai batasan, maka selama iterasi kontras densitas yang melampaui batas-batas tersebut ditetapkan pada batas-batas ini.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengujian program dilakukan dengan menggunakan 7 (tujuh) data sintetik dan dua data lapangan. Data sintetik berupa data efek gravitasi komponen vertikal yang dihitung dari model benda anomali. Perhitungan dilakukan menggunakan rumus Talwani dkk., (1959) yang diaplikasikan pada program Gravpoly yang dibuat oleh Geosoft.

A. Model Balok Horizontal

Model ini adalah balok horizontal yang memiliki panjang tak terhingga pada arah sumbu Y. Penampang pada sumbu X - Z diperlihatkan pada gambar 7 dengan lebar 30 m dan tebal 10 m, densitas target 1 gr/cm^3 . Efek gravitasi dihitung pada 9 titik amat berinterval 10 m, tersebar secara simetri terhadap model..

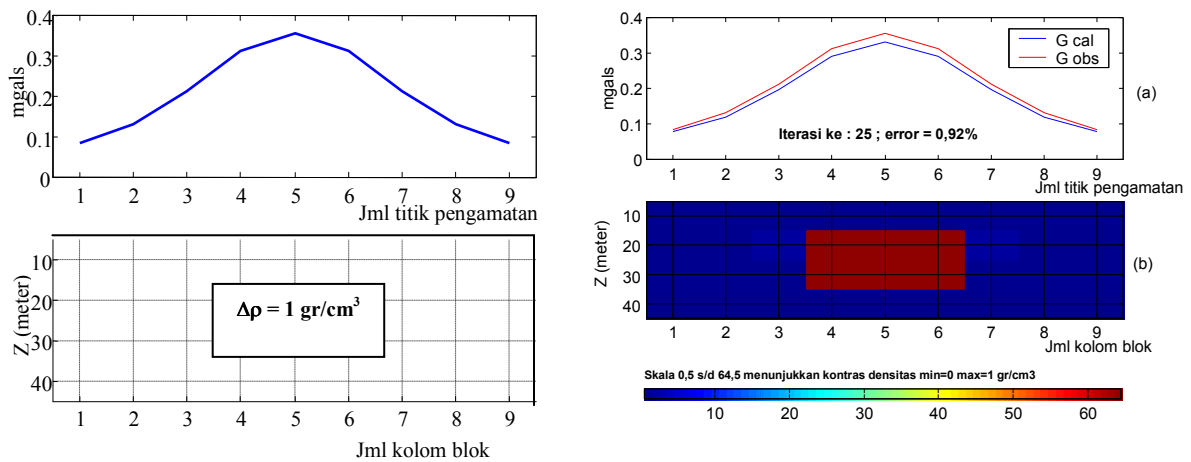


Gambar 7. Profil data efek gravitasi dari model balok horizontal dan hasil inversi.

Inversi dilakukan dengan batasan kontras densitas minimum 0 gr/cm^3 dan maksimum 1 gr/cm^3 , posisi koordinat titik gravitasi alfa = 45 m dan beta = 15 m kedalaman benda atau model dihitung secara otomatis, diperoleh kedalaman 5 meter, cacah baris blok 3 dan tinggi blok 10 m. Proses inversi menghasilkan distribusi densitas yang menyebar semakin halus. Pada iterasi ke-5 hasil inversi diperoleh ralat = 0,93 % bentuk benda hasil inversi semakin menyusut menuju bentuk benda seperti pada modelnya, hingga konvergen pada iterasi ke-19 dengan ralat = 0,10 %. Terlihat bahwa hasil akhir inversi tepat sesuai dengan model.

B. Model Tumpukan Dua Balok Horizontal

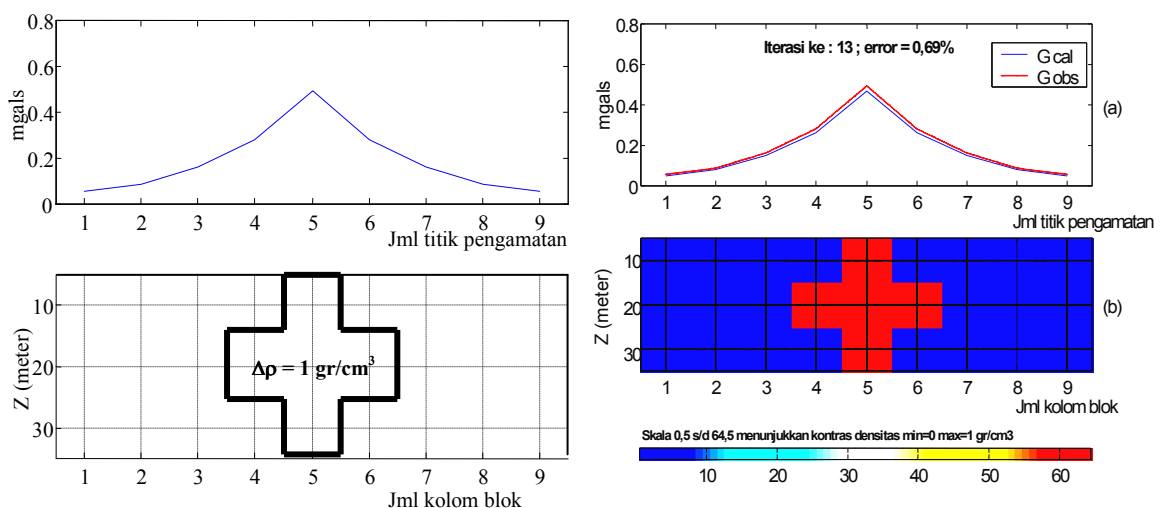
Model ini merupakan satu balok memanjang di atasnya ada satu balok yang menempel dengan besar densitas sama, 1 gr/cm^3 . Efek gravitasi dihitung untuk 9 titik amat berinterval 10 m, tersebar secara simetri terhadap model. Inversi dilakukan dengan batasan kontras densitas minimum 0 gr/cm^3 dan maksimum 1 gr/cm^3 , kedalaman ke puncak balok 15 meter, cacah baris blok 3 dan tinggi blok 10 m. Inversi diambil pada koordinat pusat gravitasi alfa = 45 m dan beta = 15 m. Hasil inversi pada iterasi ke-6 sudah mendekati bentuk model dengan ralat = 1,72 % dan pada iterasi ke-25 menghasilkan model yang persis dengan model dengan ralat = 0,92 %.



Gambar 8. Profil data efek gravitasi dari model tumpukan dua balok horizontal dan hasil inversi

C. Model Benda Berbentuk Silang

Model benda berbentuk silang atau silang dengan lebar tiap-tiap sisinya 10 m densitas balok 1 gr/cm^3 . Kedalaman ke balok dari datum adalah 0 m. Efek gravitasi dihitung pada 9 titik amat berinterval 10 m, tersebar secara simetri terhadap model. Inversi dilakukan dengan batasan kontras densitas minimum 0 gr/cm^3 dan maksimum 1 gr/cm^3 , kedalaman ke ujung blok 0 meter, cacah baris blok 3 dan tinggi blok 10 m. Posisi titik pusat gravitasi alfa = 45 m dan beta = 30 m. Proses inversi menghasilkan distribusi densitas yang menyebar semakin halus. Pada iterasi ke - 6 dengan ralat = 0,88 % diperoleh hasil bentuk benda sudah menyerupai bentuk model. Dari pada hasil iterasi ke - 13 dengan ralat = 0,69 % merupakan hasil terbaik, karena pada iterasi berikutnya memberikan hasil yang semakin divergen.

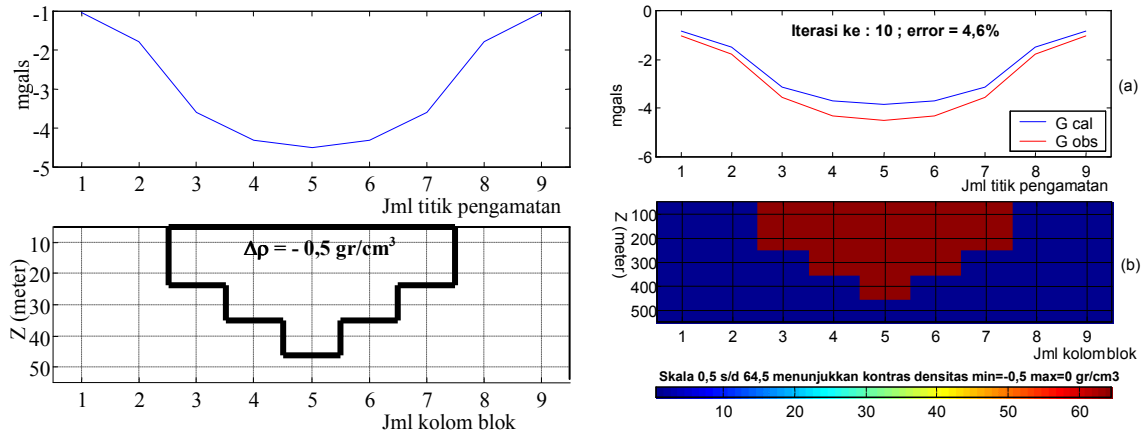


Gambar 9. Profil data efek gravitasi dari model benda berbentuk silang dan hasil inversi.

D. Model Cekungan

Model ini menggambarkan cekungan yang memiliki densitas negatif. Efek gravitasi dihitung untuk 9 titik amat dengan interval 100 m densitas cekungan diberi nilai $-0,5 \text{ gr/cm}^3$. Inversi dilakukan dengan mengambil koordinat pusat gravitasi alfa = 450 m dan beta = 450 m, hasil inversi menunjukkan konvergensi

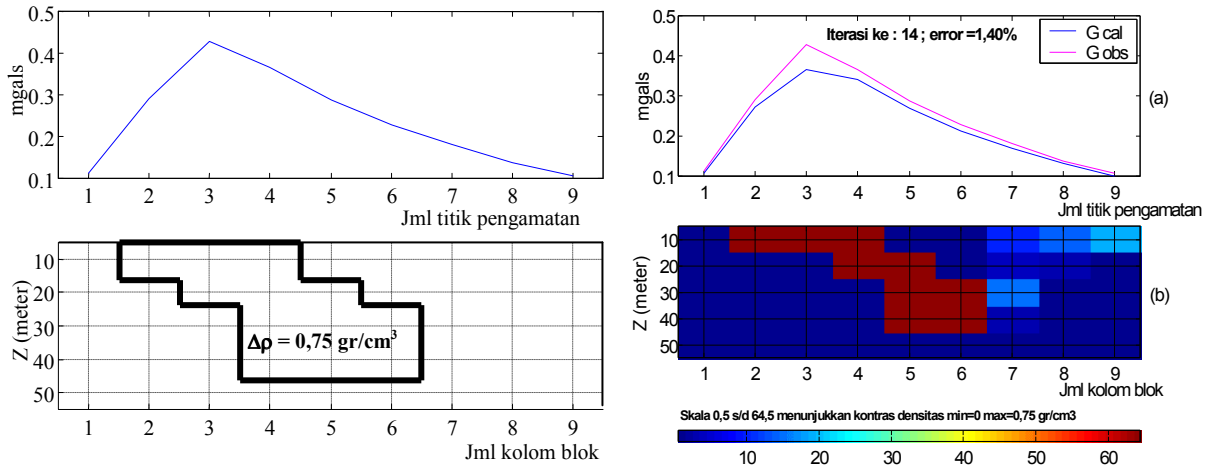
yang cepat. Iterasi ke - 2 dengan ralat = 2,59 % menunjukkan geometri hasil inversi sudah agak halus dan pada iterasi ke - 10 ralat semakin mengecil yaitu sebesar 0,78 % dan geometri hasil inversi sama persis dengan model.



Gambar 10. Profil data efek gravitasi dari model cekungan dan hasil inversi

E. Model Patahan

Model ini adalah suatu benda anomali dengan struktur patahan normal. Inversi dilakukan dengan 9 titik data berinterval 10 m dan cacah baris blok ada 5. Dari profil terlihat adanya kemiringan. Metode inversi dengan fungsi bobot momen inersia khususnya untuk data patahan, ada satu parameter lainnya, yaitu sudut atau kemiringan profil. Pengujian data patahan dilakukan dengan mengambil garis yang melalui pusat gravitasi $\alpha = 27,5$ m dan $\beta = 30$ m dengan sudut 35° . Hasil inversi menunjukkan konvergensi yang semakin cepat. Iterasi ke - 2 dengan ralat = 3,17 % sudah diperoleh hasil geometri yang mendekati bentuk model dan pada iterasi ke - 14 ralat = 1,40 % geometri hasil inversi mendekati bentuk geometri model sebenarnya.



Gambar 11. Profil data efek gravitasi dari model patahan dan hasil inversi.

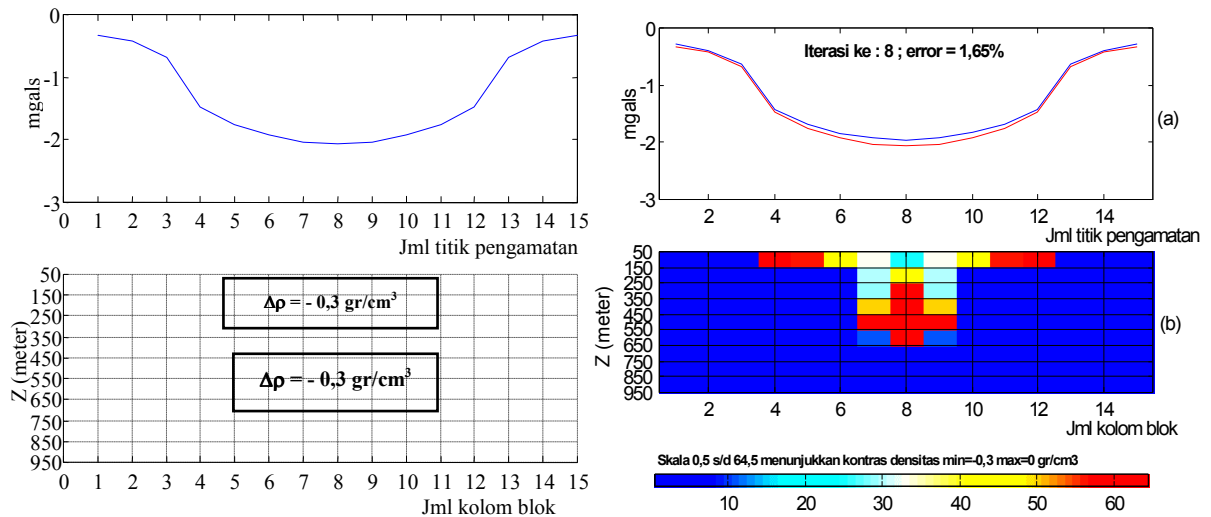
F. Dua Balok Terpisah Vertikal

Model ini adalah benda anomali dua dimensi berupa dua balok yang terpisah 100 m secara vertikal. Densitas kedua benda ini adalah $-0,3 \text{ gr/cm}^3$ balok yang di atas mempunyai panjang 800 m dan tebal 100 m dan balok dibawahnya mempunyai panjang dan tebal 300 m. Efek gravitasi dari masing-masing benda ini tidak dapat dipisahkan, tetapi berbaur menjadi satu.

Proses inversi tidak berhasil memberikan model yang sama seperti model. Terlihat bahwa model yang dihasilkan oleh proses inversi adalah ada dua benda terpisah, tetapi diantara kedua benda tersebut ada benda maya yang menghubungkan kedua benda. Hal ini terjadi karena metode inversi dengan meminimumkan momen inersia adalah merupakan fungsi jarak dan selalu mencari benda yang kompak pada pusat gravitasi atau garis yang melalui pusat gravitasi dengan sudut tertentu. Untuk kasus ini posisi pusat gravitasi diperkirakan berada di daerah antara dua benda yang terpisah secara vertikal. Dengan posisi

pusat gravitasi seperti ini mengakibatkan adanya tarikan benda diatas dan di bawah ke pusat gravitasi, sehingga konsentrasi massa benda akan mengumpul atau kompak disekitar pusat gravitasi. Dengan demikian muncul benda maya yang terletak diantara kedua benda atau di pusat gravitasi.

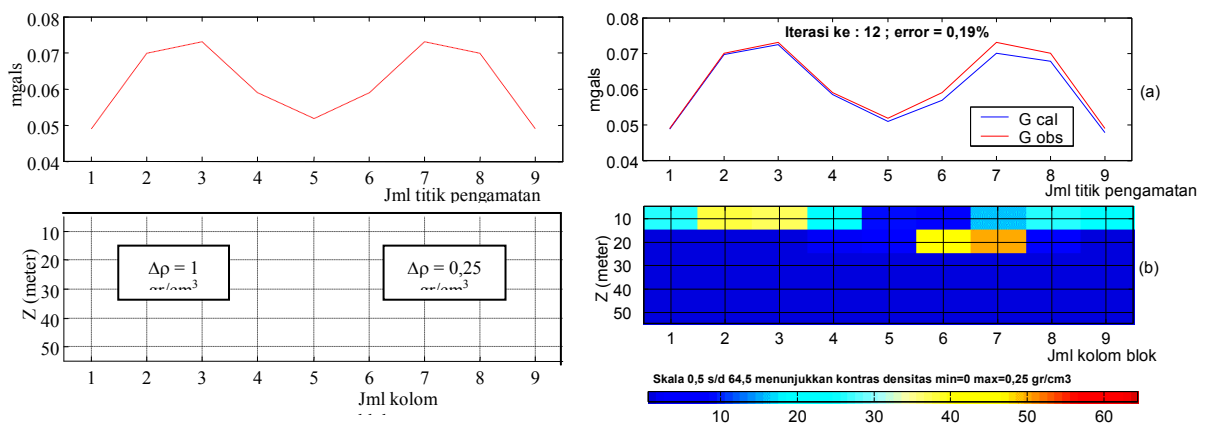
Inversi dilakukan dengan mengambil 15 titik data dengan interval 100 m dan jumlah cacah baris blok ada 9 batasan kontras densitas minimum $-0,3 \text{ gr/cm}^3$ dan maksimum 0 gr/cm^3 , kedalaman ke puncak blok 0 meter tinggi blok 100 m. Posisi titik pusat gravitasi alfa = 750 dan beta = 650 m. Iterasi ke - 5 dengan ralat = 3,97 % dan iterasi ke - 8 dengan ralat = 1,65%. Dari hasil kedua iterasi tersebut dapat dilihat, bahwa geometri keduanya menunjukkan kesamaan, yaitu adanya massa maya yang terletak di sekitar titik pusat gravitasi.



Gambar 12. Profil data efek gravitasi dari model balok terpisah vertikal dan hasil inversi.

G. Dua Balok Terpisah Horisontal

Dua balok horisontal berukuran masing-masing tebalnya 10 m dan lebar 30 m dan terpisah 300 m secara horisontal. Densitas kedua benda ini adalah $0,25 \text{ gr/cm}^3$ Proses inversi tidak berhasil memberikan geometri atau model yang sama seperti model yang telah ditetapkan. Terlihat bahwa model yang dihasilkan oleh proses inversi adalah ada dua benda terpisah, tetapi diantara kedua benda tersebut ada benda maya yang menghubungkan kedua benda. Inversi dilakukan dengan batasan kontras densitas minimum 0 gr/cm^3 dan maksimum $0,25 \text{ gr/cm}^3$ dan tinggi blok 10 m. Posisi titik pusat gravitasi diambil pada blok ke-3 dengan asumsi derau 5%. Hasil inversi pada iterasi ke-2 ralat = 2,22 %, ke 12 ralat = 0,19%.

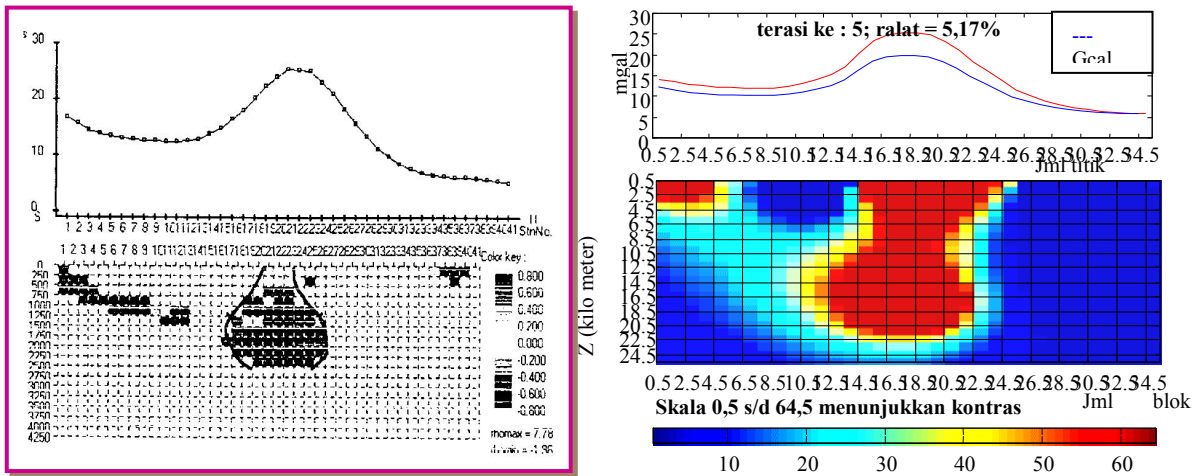


Gambar 13. Profil data efek gravitasi dari model balok terpisah horisontal dan hasil inversi.

H. Anomali Bouguer Lengkap Gunung Merapi

Pengujian program untuk data lapangan pertama menggunakan data hasil survei Sarkowi (1997). Inversi data anomali Bouguer lengkap gunung Merapi diambil untuk profil lintang Selatan-Utara. Inversi

dilakukan dengan mengambil 35 titik data dengan interval 100 m dan cacah baris sebanyak 25. Posisi pusat gravitasi diambil alfa = 1800 m dan beta 1700 m hasil inversi ke-5 diperoleh ralat sebesar 5,17 % dengan batasan kontras densitas minimum 0 dan maksimum 2,9 gr/cm³. Hasil ini juga sama dengan hasil inversi 2D dengan metode Compact yang telah direalisasikan oleh Farid (1998).



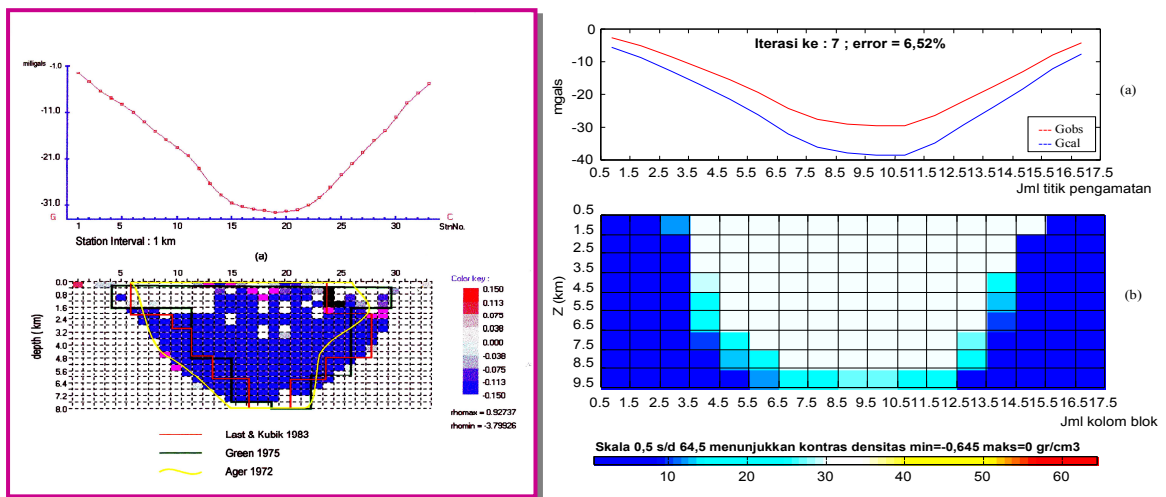
(a)

(b)

Gambar 14. Inversi 2D Anomali Bouger Lengkap Gunung Merapi dengan metode Compact yang telah direalisasikan oleh Farid (1998) (a) dan inversi dengan metode meminimkan momen inersia (b).

I. Anomali Residu Batolit Guichon Creek, British Columbia

Data lapangan kedua yang digunakan adalah dari hasil survei gravitasi pada batolit Guichon Creek, British Columbia Tengah bagian Selatan (Ager, 1972). Karena batolit ini berbentuk ellips sempit yang panjang, maka dapat dianggap sebagai benda dua dimensi (Green, 1975). Profil anomali residu dihasilkan dengan mendigitasi ulang data pada tiap interval 1 km. Survei geologi memberikan informasi kontras densitas batolit dengan batuan sekitar adalah $-0,15 \text{ gr/cm}^3$. Inversi dilakukan dengan jumlah titik pengamatan 17 dan jumlah baris blok 9 dengan interval data 1 km. Hasil inversi ke 7 diperoleh ralat = 6,52% dan terlihat bahwa hasil inversi memberikan model yang mirip dengan metode *compact*.



(a)

(b)

Gambar 14. Inversi 2D Anomali Residu Batolit Guichon Creek, British Columbia (a) dengan metode Compact yang telah direalisasikan oleh Farid (1998), dan (b) dengan metode meminimkan momen inersia.

KESIMPULAN DAN SARAN

Metode inversi dengan meminimumkan momen inersia mampu menghasilkan model yang mempunyai karakter geologi yang layak, seperti kekompakan dan kontras densitas yang seragam dan

mengumpul di sekitar titik pusat gravitasi atau garis yang melaluinya, sehingga model yang dihasilkan mirip dengan model aslinya, juga mampu menggabungkan model data lapangan. Namun tidak dapat menginversi anomali gravitasi yang bersumber dari dua benda yang terpisah vertikal maupun horisontal. Program dapat dikembangkan lebih lanjut dengan penentuan pusat titik atau garis gravitasi secara otomatis dan memperhitungkan derau.

DAFTAR PUSTAKA

- Ager, C. A., 1972, "A Gravity Model for the Guichon Batholith", Tesis, University of British Columbia.
- Farid S., 1998, "Inversi langsung data gravitasi dua dimensi menggunakan metode inversi compact", skripsi, FMIPA, Universitas Gadjah Mada.
- Grant, F. S., dan G. F. West, 1965, "Interpretation Theory in Applied Geophysics", New York: McGraw-Hill.
- Griffin, W. R., 1949, "Residual Gravity in Theory and Practise", *Geophysics*, **14**, 39-56.
- Guillen, A., dan V. Menichetti, 1984, "Gravity and magnetic inversion with minimization of a spesific functional", *Geophysics*, **49**, 1354-1360.
- Hubbert, M. K., 1948, "A line Integral Method of Computing the Gravimetric Effects of Two-Dimensional Masses", *Geophysics*, **13**, 215-225.
- Last, B. J. dan K. Kubik, 1983. "Compact Gravity Inversion", *Geophysics*, **48**, 713- 721.
- Rene R.M., 1986, "Gravity inversion using open, reject and "shape of anomaly" fill criteria", *Geophysics*, **51**, 988-994.
- Sarkowi, 1997, "Pengukuran gravitasi dan analisis anomali Bouger lengkap gunung merapi studi kasus survei 1997", Tesis, Program Pascasarjana, Universitas Gadjah Mada.
- Sheriff, R. E., 1990, "Ensycolpedic Dictionary of Exploration Geophysics", 3rd Edition, Society of Exploration Geophysicists.
- Talwani, M., Warzel, J. L., dan M. Landisman, 1959, "Rapid Gravity Computation for Two-Dimensional Bodies with Application to the Mendocino Submarine Fracture Zone", *Journal of Geophysical Research*, **64**, 49-59.