

PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL TEREDAM UNTUK PENENTUAN KOEFISIEN VISKOSITAS UDARA DENGAN HUKUM LANDAU-LIFSHITZ

Raden Oktova^{a)} dan Sirtumiati

Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Ahmad Dahlan
Kampus III, Jl. Prof. Soepomo, Yogyakarta 55164
^{a)}E-mail : r.oktova@uad.ac.id

INTISARI

Telah dilakukan penelitian untuk menentukan koefisien viskositas udara pada suhu kamar dengan mengamati ayunan teredam sebuah bandul matematis di udara. Analisis matematis dalam perancangan eksperimen menggunakan hukum Landau-Lifshitz, yang merupakan generalisasi hukum Stokes, sehingga muncul suatu koreksi yang dikenal sebagai kedalaman penetrasi. Pengamatan ayunan bola dilakukan dengan dua cara: yang pertama secara manual menggunakan *stopwatch* dan skala mistar, dan yang kedua memanfaatkan suatu program analisis video yang dikenal sebagai Tracker. Untuk membantu perhitungan dilakukan analisis regresi linier berbobot $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n , dengan A_n adalah amplitudo ayunan pada cacah ayunan ke- n , serta uji kecocokan χ^2 , dengan bantuan program REGLIN berbasis Compaq Visual Fortran 6.5 pada sistem operasi Windows XP. Berdasarkan nilai bilangan Reynolds maksimum yang diperoleh, aliran udara dalam ayunan bandul teredam bersifat laminar. Dari hasil uji kecocokan χ^2 dengan program REGLIN disimpulkan bahwa hubungan $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n adalah linier, sesuai dengan teori, dan selanjutnya dari gradien garis hasil regresi, periode ayunan, massa bola dan diameter bola diperoleh koefisien viskositas udara. Koefisien viskositas udara yang diperoleh dengan tiga buah beban berbeda, baik tanpa Tracker maupun dengan Tracker, ternyata sesuai satu sama lain. Ternyata penggunaan Tracker tidak meningkatkan ketelitian, hanya meningkatkan keseksamaan. Ternyata koreksi kedalaman penetrasi memberikan peningkatan ketelitian yang signifikan.

Kata kunci: koefisien viskositas udara, ayunan bandul teredam, hukum Landau-Lifshitz, regresi linier berbobot, kedalaman penetrasi, bilangan Reynolds.

I. PENDAHULUAN

Banyak metode yang telah digunakan dalam menentukan koefisien viskositas fluida, di antaranya adalah metode bola jatuh dengan mengandaikan berlakunya hukum Stokes untuk kasus gerak lurus beraturan, dan metode aliran fluida dalam tabung kapiler dengan mengandaikan berlakunya hukum Newton tentang gesekan fluida (lihat tinjauan pustaka dalam Nelkom dan Parker, 1995).

Walaupun gerak bola jatuh memenuhi hukum Stokes pada saat tercapai kelajuan akhir atau geraknya menjadi lurus beraturan, hasil perhitungan teoretis yang lebih umum oleh Landau dan Lifshitz (Landau dan Lifshitz, 1987:83-90, selanjutnya akan disebut hukum Landau-Lifshitz) membuktikan bahwa hukum Stokes tidak berlaku pada gerak periodik, misalnya sebuah bola yang bergetar. Koreksi atau generalisasi analisis getaran bola dalam hukum Landau-Lifshitz memunculkan suatu konsep baru berupa koreksi kedalaman penetrasi (*penetration depth*). Beberapa eksperimen mutakhir yang dilakukan dengan bola yang bergetar, misalnya penelitian Gupta, dkk. (1986) untuk menentukan koefisien viskositas udara, dan Shamim, dkk. (2010) untuk menentukan koefisien viskositas air, tidak didasarkan pada hukum Stokes melainkan hukum Landau-Lifshitz.

2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

Sementara itu perkembangan teknologi informasi telah menghadirkan beberapa perangkat lunak untuk membantu pengamatan posisi benda bergerak melalui analisis video, misalnya aplikasi analisis video dan alat pemodelan Tracker yang sengaja dirancang dalam kerangka aplikasi Java oleh Open Source Physics Project untuk digunakan dalam pendidikan fisika (Brown, 2013). Pada program studi S1 Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan, materi pembelajaran tentang Tracker dimasukkan antara lain dalam mata kuliah Eksperimen Fisika.

Dalam salah satu penelitian mutakhir tentang penentuan koefisien viskositas di Indonesia, Oktova dan Diana (2013) melakukan eksperimen untuk menentukan koefisien viskositas air pada suhu kamar dengan mengamati getaran pegas teredam dalam air, di mana pengamatan posisi beban dipermudah dengan program Tracker. Mirip dengan penelitian tsb., dalam makalah ini disajikan hasil penelitian lanjutan untuk menentukan koefisien viskositas udara pada suhu kamar dengan ayunan bandul teredam, di mana untuk membantu perhitungan dilakukan analisis regresi linier berbobot dengan bantuan komputer pribadi. Tujuan penelitian ini adalah merancang suatu alat praktikum untuk S1 Fisika atau Pendidikan Fisika tentang penentuan koefisien viskositas udara dengan metode ayunan bandul teredam dengan memanfaatkan aplikasi Tracker. Terdapat beberapa perbedaan antara penelitian sebelumnya oleh Oktova dan Diana (2013) dan penelitian yang kami laporkan kali ini. Jika pada penelitian sebelumnya hanya digunakan program Tracker untuk mengamati posisi bola yang bergetar, dalam penelitian yang kami laporkan kali ini pengamatan posisi bola yang berayun dilakukan dengan dua cara: dengan Tracker dan secara manual dengan mata telanjang, dengan maksud untuk melihat sejauh mana pengaruh penggunaan Tracker untuk meningkatkan ketelitian hasil eksperimen. Jika pada penelitian sebelumnya dilakukan analisis regresi linier tanpa bobot, dalam penelitian yang kami laporkan kali ini dilakukan analisis regresi linier dengan bobot, dengan harapan dapat dilakukan uji kecocokan (*goodness-of-fit test*) untuk mengetahui apakah persamaan teoretis yang digunakan memang terpenuhi oleh data eksperimen atau tidak (Rabinowicz, 1970:52-55,78-79). Jika pada penelitian sebelumnya dilakukan koreksi kedalaman penetrasi (sebagai konsekuensi hukum Landau-Lifshitz) dan koreksi efek dinding, dalam penelitian yang kami laporkan kali ini tidak ada efek dinding karena ayunan bandul terjadi dalam ruang terbuka, sehingga hanya dilakukan koreksi kedalaman penetrasi saja.

II. KAJIAN PUSTAKA

a. Hasil Penelitian Terdahulu

Koefisien viskositas udara dipengaruhi oleh suhu dan tekanan. Pada tekanan tetap, apabila suhu naik maka koefisien viskositas udara makin kecil. Hal ini disebabkan waktu interaksi antarmolekul udara menjadi berkurang dan gaya gesekan (*shear force*) menjadi berkurang pula (Seeton, 2006). Data eksperimen koefisien viskositas udara kering pada berbagai tekanan pada suhu 300 K (suhu kamar), 400 K dan 500 K (Kadoya, dkk., 1985) menunjukkan bahwa pada suhu tetap, apabila tekanan naik maka koefisien viskositas udara makin kecil.

Salah satu penelitian awal untuk menentukan koefisien viskositas udara kering dilakukan oleh Bond (1937) pada tekanan 1 atm dengan metode tabung kapiler pada suhu sekitar 15 °C., dan dengan asumsi koefisien viskositas udara naik sebesar $0,000493 \times 10^{-4}$ per °C diperoleh koefisien viskositas udara kering pada suhu 23°C sebesar $(1,8347 \pm 0,0008) \times 10^{-4}$ poise. Nilai standard koefisien viskositas udara kering pada tekanan 1 atm dan suhu kamar menurut American Institute of Physics adalah $1,8 \times 10^{-4}$ poise (American Institute of Physics dan Gray, 1972: 242, 266-268), dan untuk selanjutnya nilai ini dijadikan nilai acuan dalam makalah ini.

Gupta, dkk. (1986) melakukan eksperimen gaya gesekan udara pada suhu kamar dengan mengamati ayunan teredam bandul fisis berbentuk bola menggunakan alat sensor elektronik, baik pada amplitudo kecil maupun besar. Peluruhan amplitudo digunakan untuk mengetahui gesekan fluida pada bola. Jika amplitudo ayunan kecil gaya gesekan yang diperoleh sebanding dengan kelajuan sesaat bola, sedangkan jika amplitudo ayunan besar maka gaya gesekan merupakan fungsi nonlinier kelajuan sesaat bola. Pada amplitudo kecil, dengan dua buah bola berukuran berbeda diperoleh dua nilai koefisien viskositas udara sebesar $1,7 \times 10^{-4}$ poise dan $2,0 \times 10^{-4}$ poise.

Salah satu perkembangan teknologi informasi yang dapat membantu dalam pengamatan posisi sebuah benda yang bergerak adalah pengembangan perangkat lunak analisis video, yang dalam pembelajaran fisika telah cukup lama dikenal (Beichner, 1996, Laws dan Pfister, 1998). Pada tahun 2011 misalnya, telah muncul beberapa program komputer, baik yang komersial maupun yang gratis, misalnya Tracker, Logger Pro, Coach 6, VideoPoint, Window Motion

Visualizer DV dari Alberti. Di antara berbagai program tersebut, Tracker adalah satu-satunya program gratis dan bersifat sebagai *open source*, serta dapat diunduh di <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker> atau <http://www.compadre.org/OSP/> (lihat tinjauan terbaru oleh Brown, 2013). Format video yang digunakan program-program tersebut terasa familier dengan mahasiswa, mengandung data ruang sekaligus data waktu, dan merupakan jembatan penghubung antara pengamatan langsung gejala fisika dan penyajian abstraknya. Tidak mengherankan bahwa analisis video banyak digunakan dalam berbagai bidang fisika, termasuk mekanika, elektromagnetika, optika, spektroskopi, bahkan termodinamika (Brown dan Cox, 2009). Program Tracker yang dikembangkan oleh Open Source Physics Project (Christian, dkk., 2011, Brown 2007, Brown 2009) mengandung kombinasi antara pemodelan fisika berbasis komputer (Jackson, dkk., 2008, Christian dan Esquembre, 2007) dan analisis video, dengan suatu keistimewaan bahwa simulasi model digambarkan secara langsung dalam video dengan menggunakan basis waktu dan sistem koordinat yang sama.

b. Gaya Viskos vs. Gaya Turbulen

Jika sebuah bola bergerak relatif terhadap suatu fluida dalam ruang yang sangat besar, secara umum gaya gesekan dapat dibagi menjadi dua: aliran laminar (*streamline*) dengan gaya gesekan viskos (*viscous drag*) yang untuk bola berkelajuan konstan memenuhi hukum Stokes (Falkovich, 2011:39), dan aliran turbulen yang memunculkan gaya gesekan turbulen atau gaya inersial. Gabungan gaya gesekan viskos dan gaya gesekan turbulen memberikan gaya gesekan total

$$F_{\text{tot}} = 6\pi\eta Rv + \frac{1}{2} C_d A \rho v^2, \quad (1)$$

dengan suku pertama adalah gaya gesekan viskos dan suku kedua gaya gesekan turbulen, sedangkan η , R , v , C_d , A , ρ berturut-turut adalah koefisien viskositas, jari-jari bola, kecepatan bola, koefisien gesekan turbulen (*drag coefficient*), luas penampang bola, dan massa jenis fluida (nama lengkap untuk η adalah koefisien viskositas **dinamik**, untuk membedakan dari besaran η/ρ yang dikenal sebagai koefisien viskositas **kinematik**). Perbandingan gaya gesekan turbulen terhadap gaya viskos adalah

$$\frac{F_{\text{turb}}}{F_{\text{vis}}} = \frac{C_d}{24} \text{Re}, \quad (2)$$

dengan Re adalah bilangan Reynolds, yaitu suatu besaran tak berdimensi yang dapat didefinisikan sebagai

$$\text{Re} = \frac{2\rho Rv}{\eta} \quad (3.a)$$

atau

$$\text{Re} = \frac{\rho d v}{\eta}, \quad (3.b)$$

dan d adalah diameter bola. Aliran fluida melalui bola akan laminar jika $\text{Re} \leq 2000$. Untuk $\text{Re} \geq 3000$ aliran akan turbulen. Nilai Re antara 2000 dan 3000 adalah wilayah transisi dimana aliran stabil dan dapat berulang tak menentu antara laminar dan turbulen (Marion, 1979:38).

Selanjutnya, dalam makalah ini diandaikan aliran bersifat laminar, dan gesekan fluida hanya berasal dari gaya gesekan viskos saja atau dengan kata lain gaya gesekan turbulen dapat diabaikan.

c. Analisis Ayunan Selaras Teredam

Landau dan Lifshitz (1987:83-90) memperoleh sebuah persamaan untuk gaya gesekan viskos pada sebuah bola yang berayun dalam fluida

2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

$$F = - \left[6\pi\eta R \left(1 + \frac{R}{\delta} \right) v + 3\pi R^2 \left(1 + \frac{2R}{9\delta} \right) \left(\frac{2\eta\rho}{\omega} \right)^{1/2} \frac{dv}{dt} \right], \quad (4)$$

dengan v , dv/dt , R dan ω adalah kecepatan, percepatan, jari-jari dan frekuensi sudut ayunan bola, η dan ρ berturut-turut adalah koefisien viskositas dan massa jenis fluida, dan δ disebut kedalaman penetrasi yang didefinisikan dengan

$$\delta = \left(\frac{2\eta}{\rho\omega} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Untuk gerak lurus beraturan (GLB), kecepatan konstan, frekuensi sudut menjadi sama dengan nol, dan kedalaman penetrasi menjadi tak berhingga, sehingga persamaan (4) tereduksi menjadi hukum Stokes

$$F = -6\pi\eta R v. \quad (6)$$

Jadi hukum Landau-Lifshitz, persamaan (4) merupakan bentuk umum dari hukum Stokes. Pada kasus khusus ayunan teredam di mana rata-rata waktu disipasi tenaga dari suku $\frac{dv}{dt}$ dalam persamaan (4) diabaikan dibandingkan suku v , maka berlaku

$$F = -6\pi\eta R \left(1 + \frac{R}{\delta} \right) v, \quad (7)$$

yang dapat ditulis

$$F = -b v, \quad (8.a)$$

yang mirip dengan hukum Stokes, kecuali bahwa konstanta kesebandingan $b = 6\pi\eta R$ dalam hukum Stokes sekarang dikalikan dengan faktor $(1 + R/\delta)$ atau $(1 + d/2\delta)$ yang bernilai lebih besar dari satu, menjadi

$$b = 6\pi\eta R \left(1 + \frac{R}{\delta} \right). \quad (8.b)$$

Dalam susunan alat eksperimen yang digunakan, pada seutas tali lemas sepanjang L digantungkan sebuah beban berbentuk bola logam pada suhu kamar. Beban disimpangkan ke samping dengan sudut kecil θ_0 terhadap arah vertikal dan dilepaskan tanpa kecepatan awal, sehingga terjadi ayunan teredam pada bidang datar vertikal.

Untuk menganalisis gerak ayunan bola dapat digunakan dua pendekatan, yaitu dengan mencari simpangan sudut sebagai fungsi waktu $\theta = \theta(t)$, dan dengan mencari simpangan linier mendatar sebagai fungsi waktu $x = x(t)$.

c.1. Analisis dengan koordinat polar

Alternatif pertama untuk menganalisis gerak ayunan bola adalah menggunakan hukum II Newton tentang gerak dengan menggunakan sistem koordinat polar dengan meninjau persamaan gerak pada arah tangensial,

$$\sum F_{\theta} = m a_{\theta}, \quad (9)$$

sehingga diperoleh persamaan diferensial

$$mg \sin \theta - bL \frac{d\theta}{dt} = mL \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (10)$$

dengan penggantian kecepatan dalam persamaan (7) dan (8.a) menjadi

$$v = L \frac{d\theta}{dt}.$$

Dengan hampiran $\sin \theta \approx \theta$ untuk simpangan sudut kecil, diperoleh

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0, \quad (11)$$

dengan

$$\omega_0 = \sqrt{g/L} \quad (12)$$

adalah frekuensi sudut ayunan sederhana tanpa redaman, dan g percepatan gravitasi bumi. Dengan syarat awal

$$\theta(0) = \theta_0, \quad \frac{d\theta}{dt}(0) = 0, \quad (13)$$

penyelesaian persamaan (11) dapat ditulis sebagai

$$\theta(t) = \frac{\theta_0}{\cos \varphi} e^{-\frac{bt}{2m}} \cos(\omega t + \varphi), \quad (14)$$

dengan θ_0 simpangan sudut awal, $\varphi = \arctan(-b/2m\omega)$ adalah sudut fase awal, $\omega = (\omega_0^2 - (b/2m)^2)^{1/2}$ adalah frekuensi sudut ayunan teredam.

Persamaan (14) merupakan persamaan ayunan selaras teredam dengan amplitudo sudut menurun secara eksponensial, dan dapat ditulis

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{bt}{2m}}, \quad (15)$$

dengan $A(t)$ adalah amplitudo sudut pada waktu t , dan $A_0 = \theta_0 / \cos \varphi$ adalah amplitudo sudut mula-mula. Untuk saat-saat simpangan sudut maksimum atau $t = nT$, dengan n bilangan bulat positif, diperoleh

$$A_n = A_0 e^{-\frac{bT}{2m} n}, \quad (16.a)$$

atau

$$\ln A_n = \ln A_0 - \frac{bT}{2m} n, \quad (16.b)$$

yang dapat dibawa menjadi persamaan linier berbentuk

$$Y = a_0 + a_1 X, \quad (17)$$

dengan $Y = \ln A_n$ dan $X = n$. Jika ralat pengukuran Y_i adalah s_i , maka koefisien-koefisien regresi linier dalam persamaan (17) dapat dihitung dengan analisis persamaan linier berbobot dari persamaan (Bevington dan Robinson, 2003: 98-114)

$$a_1 = \frac{\sum \frac{1}{s_i^2} \sum \frac{X_i Y_i}{s_i^2} - \sum \frac{X_i}{s_i^2} \sum \frac{Y_i}{s_i^2}}{\Delta}, \quad (18.a)$$

2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

$$a_0 = \frac{\sum \frac{X_i^2}{s_i^2} \sum \frac{Y_i}{s_i^2} - \sum \frac{X_i}{s_i^2} \sum \frac{X_i Y_i}{s_i^2}}{\Delta}, \quad (18.b)$$

dengan

$$\Delta = \sum \frac{1}{s_i^2} \sum \frac{X_i^2}{s_i^2} - \left(\sum \frac{X_i}{s_i^2} \right)^2, \quad (19)$$

dan ralatnya dapat dihitung dari

$$s_{a_1} = \sqrt{\frac{\sum \frac{1}{s_i^2}}{\Delta}}, \quad (20.a)$$

$$s_{a_0} = \sqrt{\frac{\sum \frac{X_i^2}{s_i^2}}{\Delta}}. \quad (20.b)$$

Dari persamaan (8), (16) dan (17) terlihat bahwa

$$a_1 = -\frac{3\pi\eta d T}{2m} \left(1 + \frac{d}{2\delta} \right), \quad (21)$$

sehingga koefisien viskositas udara dan ralatnya dapat dihitung dari

$$\eta = -\frac{2ma_1}{3\pi d T \left(1 + \frac{d}{2\delta} \right)}, \quad (22)$$

$$s_\eta = \left\{ \left(\frac{\partial \eta}{\partial m} s_m \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial a_1} s_{a_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial T} s_T \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \delta} s_\delta \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial d} s_d \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (23)$$

dengan s_m , s_{a_1} , s_T , s_δ , s_d berturut-turut adalah ralat untuk massa beban m , koefisien linier a_1 , periode ayunan T , kedalaman penetrasi δ dan diameter bola d , atau

$$s_\eta = \left\{ \left(\frac{-2a_1}{3\pi d T \left(1 + \frac{d}{2\delta} \right)} s_m \right)^2 + \left(\frac{-2m}{3\pi d T \left(1 + \frac{d}{2\delta} \right)} s_{a_1} \right)^2 + \left(\frac{2ma_1}{3\pi d T^2 \left(1 + \frac{d}{2\delta} \right)} s_T \right)^2 + \left(\frac{-2ma_1}{3\pi d T \left(1 + \frac{d}{2\delta} \right)^2} s_\delta \right)^2 + \left(\frac{-2ma_1}{3\pi d \left(1 + \frac{d^2}{2\delta} \right)^2} s_d \right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (24)$$

Berdasarkan hasil analisis dengan koordinat polar ini, dapat dilakukan eksperimen ayunan selaras teredam dengan mengukur amplitudo sudut pada berbagai cacah ayunan, dan pengukuran amplitudo sudut tidak dapat menggunakan Tracker, melainkan secara manual dengan menggunakan busur derajat dan *stopwatch* (lihat Pasal III. Metode Penelitian, bagian b).

Bilangan Reynolds (persamaan 3.b) dapat dihitung dengan menghampiri kelajuan v dengan kelajuan rata-rata dalam satu kali ayunan $\bar{v} \approx 4LA_n/T$, dengan A_n adalah amplitudo simpangan sudut pada ayunan ke- n (persamaan 16.a), sehingga

$$\text{Re} \approx \frac{4\rho dLA_n}{\eta T}. \quad (25)$$

Menarik juga mengkaji pengaruh koreksi kedalaman penetrasi, δ (persamaan 5) terhadap nilai koefisien viskositas yang diperoleh dengan menghitung nilai koefisien viskositas tanpa koreksi, η_0 pada batas kedalaman penetrasi tak berhingga (bersesuaian dengan frekuensi sudut ayunan nol, $\omega = 0$, atau gerak lurus beraturan), dengan kata lain gerak ayunan dianalisis dengan menggunakan hukum Stokes untuk gaya viskos. Perbandingan antara koefisien viskositas terkoreksi (persamaan 22) terhadap koefisien viskositas tanpa koreksi, η_0 adalah

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2\delta}\right)}. \quad (26)$$

c.2. Analisis dengan koordinat Cartesius

Alternatif kedua untuk menganalisis gerak bola adalah dengan menggunakan sistem koordinat Cartesius dengan sumbu mendatar X dan sumbu vertikal Y. Untuk sudut θ kecil, berlaku hampiran $\theta \approx x/L$, dengan x simpangan linier mendatar (berdimensi panjang), sehingga dari persamaan (11) diperoleh persamaan gerak

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \quad (27)$$

Mirip dengan persamaan (13), syarat awal menjadi

$$x(0) = x_0, \quad \frac{dx}{dt}(0) = 0, \quad (28)$$

dengan x_0 simpangan linier awal, dan penyelesaian persamaan (25) dapat ditulis sebagai

$$x(t) = \frac{x_0}{\cos \varphi} e^{-\frac{bt}{2m}} \cos(\omega t + \varphi), \quad (29)$$

dengan amplitudo sebagai fungsi waktu dapat ditulis dalam bentuk sama seperti persamaan (15), hanya saja sekarang $A_0 = x_0 / \cos \varphi$ adalah amplitudo linier (bukan amplitudo sudut) mula-mula. Selanjutnya perhitungan koefisien viskositas udara dapat dilakukan dengan cara serupa seperti pada alternatif pertama.

Berdasarkan hasil analisis dengan koordinat Cartesius tersebut, dapat dilakukan eksperimen ayunan selaras teredam dengan mengukur amplitudo linier mendatar pada berbagai cacah ayunan, dan pengukuran amplitudo dapat menggunakan Tracker (lihat Pasal III. Metode Penelitian, bagian c).

Mirip dengan pada analisis dengan menggunakan koordinat polar, bilangan Reynolds (persamaan 3.b) juga dapat dihitung dengan menghampiri kelajuan v dengan kelajuan rata-rata dalam satu kali ayunan, hanya saja sekarang kelajuan rata-rata menjadi $\bar{v} \approx 4A_n/T$, mengingat sekarang A_n adalah amplitudo simpangan linier pada ayunan ke- n , sehingga

2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

$$Re \approx \frac{4\rho d A_n}{\eta T}. \quad (30)$$

III. METODE PENELITIAN

a. Alat yang Digunakan

Dalam susunan alat eksperimen yang digunakan, pada seutas tali lemas sepanjang 150 cm digantungkan sebuah beban berbentuk bola logam pada suhu kamar 27°C sebagaimana terbaca pada sebuah termometer air raksa. Penimbangan massa beban dilakukan dengan sebuah neraca lengan merek Ohaus tipe Triple Series 700. Adapun diameter beban diukur dengan sebuah jangka sorong. Tabel I menyajikan data tiga beban yang digunakan. Persamaan (21) menunjukkan bahwa gradien garis hasil regresi sebanding dengan diameter bola, d , dan berbanding terbalik dengan massa bola, m , sehingga idealnya dapat diperoleh berbagai nilai m pada nilai d tetap, dan berbagai nilai d pada nilai m tetap, sedemikian sehingga untuk berbagai beban akan diperoleh garis hasil regresi dengan nilai gradien yang berbeda-beda, namun dalam kenyataannya pembuatan bola-bola dengan variasi nilai-nilai d dan m seperti ini sulit dilakukan. Sebagaimana terlihat pada Tabel I, nilai d/m untuk beban 1 dan beban 2 tidak berbeda jauh, hanya beban 3 yang mempunyai nilai d/m yang jauh berbeda dari nilai d/m beban-beban yang lain.

Tabel I. Data diameter dan massa beban yang digunakan.

| Beban | d (cm) | m (gr) | d/m (cm/gr) |
|-------|-------------------|------------------|---------------------|
| 1 | $4,772 \pm 0,092$ | $50,68 \pm 0,11$ | $0,0942 \pm 0,0018$ |
| 2 | $4,279 \pm 0,046$ | $39,57 \pm 0,28$ | $0,1081 \pm 0,0014$ |
| 3 | $2,652 \pm 0,039$ | $9,07 \pm 0,21$ | $0,2924 \pm 0,0080$ |

b. Pengamatan Posisi Secara Manual

Sesuai dengan cara analisis data yang digunakan, pengamatan posisi beban dilakukan dengan dua cara: (i) secara manual (mata telanjang) dengan mengamati simpangan sudut, sehingga Tracker sama sekali tidak digunakan, dan (ii) menggunakan analisis Tracker dengan mengamati simpangan mendatar (x) melalui rekaman video.

Pada eksperimen dengan pengamatan simpangan sudut secara manual, beban ditarik sejauh 10° , kemudian dilepaskan dan diamati amplitudo sudut dengan busur derajat dan waktu dapat diamati dengan *stopwatch* sampai beban berhenti berayun setiap beban berayun 20 kali (jadi cacah ayunan n merupakan kelipatan bulat 20, tetapi tidak berlaku untuk untuk $n = 0$ di mana sudut simpangan awal bukanlah amplitudo awal, lihat persamaan 15). Pengambilan data amplitudo sudut dilakukan setiap 20 ayunan, dan bukan pada setiap ayunan, mengingat penyusutan amplitudo sudut antara dua ayunan berurutan sangat kecil dan sulit diamati dengan busur derajat. Untuk setiap beban, eksperimen diulangi sehingga untuk setiap cacah ayunan diperoleh empat nilai amplitudo sudut, yang kemudian dapat dirata-rata.

Selanjutnya dilakukan eksperimen ayunan untuk menentukan periode ayunan, T , sebanyak 10 kali untuk setiap beban, dengan ayunan sebanyak 20 ayunan, dan nilai periode yang diperoleh dirata-rata.

c. Eksperimen dengan Analisis Tracker

Untuk analisis Tracker melalui rekaman video, foto susunan alat yang digunakan dalam pengambilan video ditunjukkan pada Gambar 1. Sebuah kamera digital (*handycam*) digunakan untuk merekam gerak beban selama ayunan, selanjutnya *file* video yang dihasilkan dianalisis dengan program Tracker. Sebagaimana halnya pada pengamatan simpangan sudut secara manual, pada eksperimen dengan analisis Tracker beban mula-mula disimpangkan sejauh 10° , dan pengambilan video dimulai dengan melepaskan beban yang telah ditarik sampai beban berhenti berayun. Langkah-langkah tersebut diulangi dengan bola yang berbeda.

Prosedur analisis data video dengan program Tracker adalah sebagai berikut. Mula-mula Tracker dihidupkan, dan diaktifkan menu *window*, *right view*, kemudian video ayunan teredam dipanggil melalui *file* dan *import*, sehingga muncul tampilan video ayunan teredam. Video

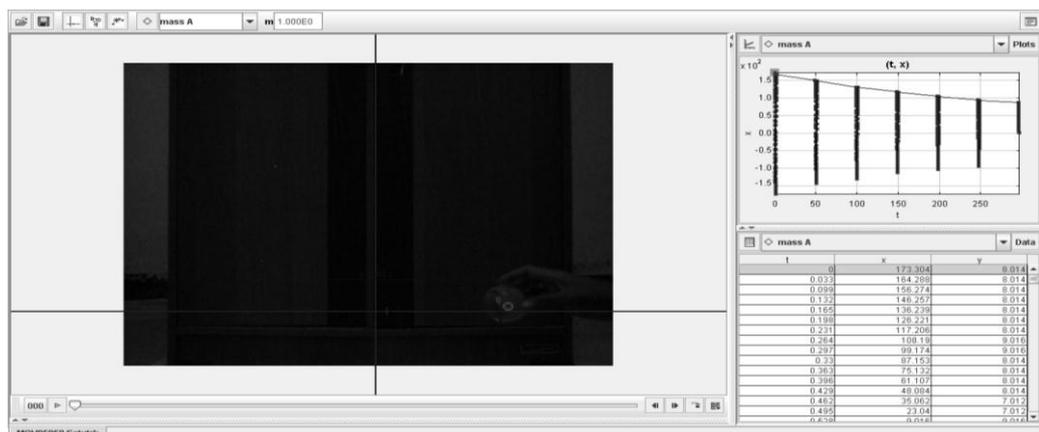
dijalankan dengan melakukan *tracking* gerakan benda dengan menggunakan pilihan *track*, *new* dan *point mass* untuk mendapatkan data angka simpangan mendatar beban (x), simpangan vertikal beban (y) pada berbagai nilai waktu (t) yang dipilih untuk *tracking*, dan grafik hubungan simpangan mendatar beban terhadap waktu.

Untuk setiap beban, eksperimen diulangi sehingga untuk setiap cacah ayunan diperoleh tiga nilai amplitudo, yang kemudian dapat dirata-rata. Untuk menentukan periode ayunan, T , diperoleh sebanyak tiga data untuk setiap beban yang kemudian dirata-rata.

Contoh tampilan data dan grafik pada Tracker ditunjukkan pada Gambar 2. Dari data hubungan simpangan mendatar terhadap waktu yang diperoleh dibuat grafik dengan menggunakan Microsoft Excel, kemudian dari posisi puncak-puncak kurva ayunan selaras teredam diperoleh nilai-nilai amplitudo ayunan A_n pada cacah ayunan ke- n .



Gambar 1. Foto susunan alat eksperimen dalam pengambilan data video.



Gambar 2. Tampilan hasil *tracking* beban pada Tracker.

d. Analisis Regresi Linier dan Perhitungan Koefisien Viskositas

Analisis regresi linier berbobot $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n (dengan A_n berupa amplitudo sudut pada alternatif analisis pertama dan berupa amplitudo linier pada alternatif analisis kedua) dilakukan dengan program REGLIN yang dibuat berbasis Compaq Visual Fortran

2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

```

*****
* REGLIN 1.0: Program regresi linier berbobot versi 1.0, 2010 *
* dalam Compaq Visual Fortran 6.5, kompilasi oleh: Raden Oktova, Ph.D. *
* Program Pascasarjana, Univ. Ahmad Dahlan (PPS UAD) Yogyakarta *
* Kontak: r.oktova@uad.ac.id , HP 081226288815 *
* berdasarkan P.R.Bevington dan D.K.Robinson,"Data Reduction and Error *
* Analysis for the Physical Sciences", 3rd edition, 2003 *
*****
Pers. linier y=a0+a1*x
Data dibaca dari file input.txt
Keluaran disimpan dlm file output.txt

Cacah variasi data x: N= 15 Cacah derajat kebebasan: nu= 13
Cacah pengulangan data y: n_ulang = 4
Data asli:
-----
i x(i) y(i,1).....y(i,n_ulang)
-----
1 20.0000 2.0790 2.1400 2.0790 2.0790 0.0000
2 40.0000 2.0150 2.0790 2.0150 1.9460 0.0000
3 60.0000 1.9460 2.0150 1.8720 1.8720 0.0000
4 80.0000 1.8720 1.9460 1.7920 1.7920 0.0000
5 100.0000 1.7920 1.8720 1.6090 1.7050 0.0000
6 120.0000 1.6090 1.7920 1.5040 1.6090 0.0000
7 140.0000 1.2530 1.3860 1.3860 1.5040 0.0000
8 160.0000 1.0990 1.2530 1.2530 1.3860 0.0000
9 180.0000 0.9160 1.0990 0.9160 1.2530 0.0000
10 200.0000 0.6930 0.9160 0.6930 1.0990 0.0000
11 220.0000 0.4050 0.6930 0.4050 0.9160 0.0000
12 240.0000 0.0000 0.6930 0.4050 0.6930 0.0000
13 260.0000 0.0000 0.4050 0.0000 0.4050 0.0000
14 280.0000 -0.6930 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
15 300.0000 -0.6930 0.0000 -0.6930 0.0000 0.0000
-----
Data siap diregresi:
-----
i x(i) y(i) sy(i)
-----
1 20.0000 2.0943 0.0305
2 40.0000 2.0137 0.0543
3 60.0000 1.9263 0.0687
4 80.0000 1.8505 0.0740
5 100.0000 1.7445 0.1132
6 120.0000 1.6285 0.1197
7 140.0000 1.3822 0.1026
8 160.0000 1.2477 0.1173
9 180.0000 1.0460 0.1627
10 200.0000 0.8502 0.1963
11 220.0000 0.6048 0.2480
12 240.0000 0.4477 0.3279
13 260.0000 0.2025 0.2338
14 280.0000 -0.1732 0.3465
15 300.0000 -0.3465 0.4001
-----
** HASIL REGRESI **
-----
i x(i) y(i) sy(i) yreg(i) y(i)-yreg(i)
-----
1 20.0000 2.0943 0.0305 2.1385 -0.0443
2 40.0000 2.0137 0.0543 2.0035 0.0102
3 60.0000 1.9263 0.0687 1.8685 0.0577
4 80.0000 1.8505 0.0740 1.7335 0.1170
5 100.0000 1.7445 0.1132 1.5985 0.1460
6 120.0000 1.6285 0.1197 1.4635 0.1650
7 140.0000 1.3822 0.1026 1.3285 0.0538
8 160.0000 1.2477 0.1173 1.1935 0.0543
9 180.0000 1.0460 0.1627 1.0585 -0.0125
10 200.0000 0.8502 0.1963 0.9235 -0.0732
11 220.0000 0.6048 0.2480 0.7885 -0.1837
12 240.0000 0.4478 0.3279 0.6535 -0.2057
13 260.0000 0.2025 0.2338 0.5184 -0.3159
14 280.0000 -0.1732 0.3465 0.3834 -0.5567
15 300.0000 -0.3465 0.4001 0.2484 -0.5949
-----
Koefisien-koefisien pers. linier:
a0 = 2.2736 +/- 0.0305 a1 = -0.0068 +/- 0.0004
(Dalam notasi ilmiah:
a0 =0.2274E+01 +/-0.3054E-01 a1 = -.6750E-02 +/-0.3808E-03 )

Chisquare= 17.1069(=0.1711E+02) Chisq_tereduksi= 1.3159(=0.1316E+01)
Peluang chisq lebih atau sama dg chisqr_hit, P = 0.1944 ( 19.44 %)
Catatan: syarat kecocokan baik: 10% < P < 90% (Rabinowicz, 1970)

```

Gambar 3. Contoh data keluaran program REGLIN untuk beban 1 untuk pengamatan posisi tanpa Tracker.

6.5 yang dijalankan dengan sistem operasi Windows XP (Chuzam dan Oktova, 2010) sehingga dihasilkan koefisien-koefisien persamaan linier a_0 dan a_1 (persamaan 18.b dan 21) beserta ralat-ralatnya (persamaan 20.a dan 20.b), kemudian dihitung koefisien viskositas (η) dari nilai a_1 , massa beban dan periode ayunan dengan menggunakan persamaan (22), sedangkan ralat koefisien viskositas dihitung dengan persamaan (24). Cara perhitungan koefisien viskositas dengan persamaan (22) sudah memperhitungkan koreksi kedalaman penetrasi. Dari program REGLIN juga diperoleh nilai *chi-square* tereduksi terhitung yang didefinisikan sebagai $\chi^2_v = \chi^2 / \nu$, dengan $\nu = N - 2$ cacah derajat kebebasan, dan $P(\chi^2 \geq \chi^2_{hit})$, yaitu peluang memperoleh nilai *chi-square* dari data acak yang lebih besar atau sama dengan *chi-square* terhitung. Himpunan pasangan data (X_i, Y_i) , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, N$ dikatakan linier atau kecocokan himpunan data dengan fungsi linier dikatakan baik jika $P(\chi^2 \geq \chi^2_{hit})$ mempunyai nilai antara 10 – 90 % (Rabinowicz, 1970 :52-55 dan 78-79).

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Hasil Analisis Data Eksperimen untuk Pengamatan Posisi Secara Manual

Pada Gambar 3 ditunjukkan contoh data keluaran program REGLIN untuk analisis regresi linier berbobot $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n , dengan A_n dalam hal ini amplitudo sudut, untuk beban 1 (diameter $4,772 \pm 0,092$ cm, massa $50,68 \pm 0,11$ gram, lihat Tabel I) untuk eksperimen tanpa Tracker, dan terlihat data keluaran berupa koefisien-koefisien persamaan linier a_0 dan a_1 beserta ralat-ralatnya berturut-turut sebesar $a_0 = 2,2736 \pm 0,0305$ dan $a_1 = -0,0068 \pm 0,0004$. Selain itu pada Gambar 3 terlihat nilai *chi-square* terhitung sebesar $\chi^2_{hit} = 17,1069$ dan *chi-square* tereduksi terhitung sebesar $\chi^2_v = 1,3159$, dan $P(\chi^2 \geq \chi^2_{hit}) = 0,1944$ (19,44%), yang berarti terdapat kecocokan yang baik atau data linier sesuai dengan teori.

Tabel II. Nilai koefisien viskositas udara untuk pengamatan posisi tanpa Tracker.

| Beban | a_0 | $-a_1$ | χ^2_v | P (%) | Koefisien viskositas, η (10^{-4} poise) |
|-------|-------------------|---------------------|------------|---------|--|
| 1 | $2,274 \pm 0,030$ | $0,0068 \pm 0,0004$ | 1,3159 | 19,44 | $7,8 \pm 0,5$ |
| 2 | $2,265 \pm 0,029$ | $0,0071 \pm 0,0003$ | 0,6028 | 87,53 | $7,8 \pm 0,4$ |
| 3 | $2,413 \pm 0,064$ | $0,0145 \pm 0,0013$ | 1,1809 | 31,28 | $8,9 \pm 0,9$ |

Tabel II menyajikan hasil analisis regresi linier berbobot $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n dari program REGLIN, serta nilai koefisien viskositas yang diperoleh, untuk pengamatan posisi tanpa Tracker. Pada kolom kedua dan ketiga Tabel II ditunjukkan berturut-turut koefisien a_0 (dibulatkan sampai tiga angka desimal) dan minus gradien ($-a_1$) fungsi linier hasil regresi. Pada kolom kelima Tabel II terlihat bahwa semua data eksperimen memberikan $P(\chi^2 \geq \chi^2_{hit})$ dalam batas 10 – 90 %, yang berarti terdapat kecocokan yang baik antara data eksperimen dan fungsi linier atau, dengan kata lain, data eksperimen adalah linier sesuai dengan teori. Terlihat dari kolom kedua dan ketiga Tabel II bahwa koefisien fungsi linier a_1 untuk beban 1 dan 2 dalam batas-batas ralat tidak berbeda secara signifikan satu sama lain; hal ini disebabkan nilai d/m kedua beban yang sangat berdekatan satu sama lain seperti terlihat dari Tabel I. Kolom terakhir Tabel II menunjukkan bahwa untuk ketiga beban diperoleh nilai koefisien viskositas yang sama dalam batas-batas ralat, dan jika dihitung rata-rata berbobot

$$\bar{\eta}_{\text{berbobot}} = \frac{\sum \frac{\bar{\eta}_i}{s_{\eta_i}^2}}{\sum \frac{1}{s_{\eta_i}^2}}, \quad (31)$$

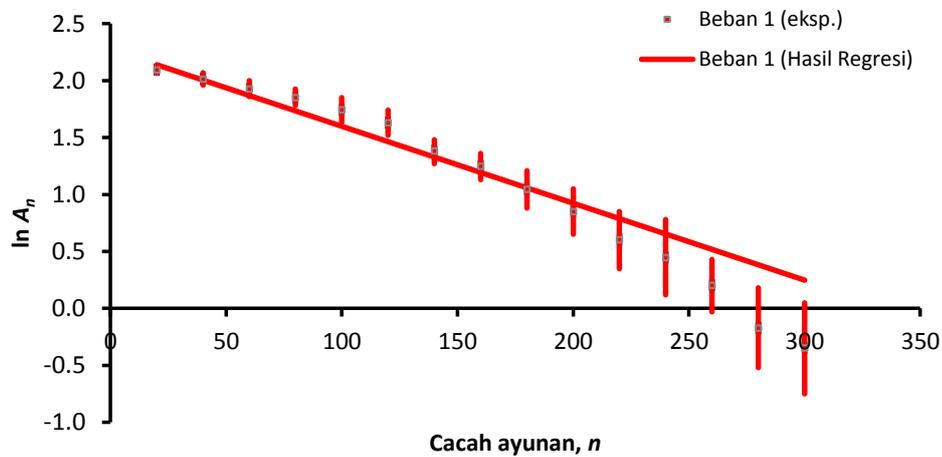
2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

dengan ralat berbobot

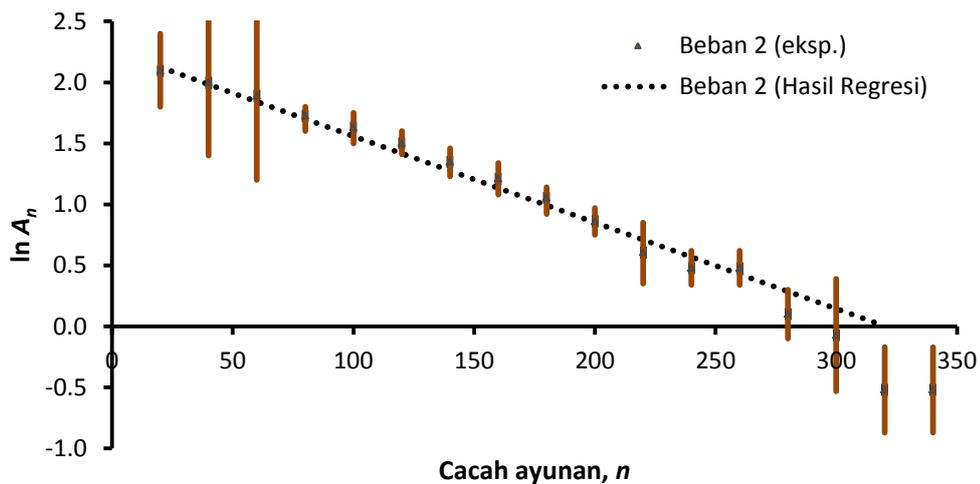
$$s_{\eta_{\text{berbobot}}} = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{s_{\eta_i}^2}}}, \quad (32)$$

diperoleh nilai akhir koefisien viskositas sebesar $(7,82 \pm 0,30) \times 10^{-4}$ poise, sekitar empat kali lebih besar daripada nilai acuan.

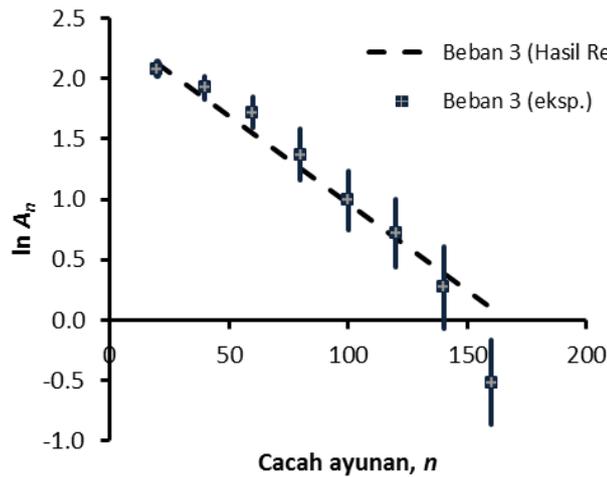
Gambar 4, 5 dan 6 berturut-turut menyajikan grafik data eksperimen dan garis lurus hasil regresi linier berbobot untuk beban 1, 2 dan 3. Idealnya dalam sebuah gambar disajikan grafik semua data eksperimen dan garis lurus hasil regresi untuk semua beban, tetapi hal ini sulit dilakukan karena grafik akan menjadi kurang jelas karena saling tumpang-tindih, khususnya untuk beban 1 dan 2. Gambar 4 menunjukkan bahwa data eksperimen mula-mula menunjukkan kecenderungan linier hingga cacah ayunan sebesar 200, namun kemudian menyimpang dari garis lurus, hanya saja hasil regresi linier berbobot lebih didominasi data eksperimen pada cacah ayunan kecil karena ralatnya relatif kecil dan ralat pada cacah ayunan besar relatif besar. Gejala penyimpangan dari garis lurus sebetulnya juga sedikit terjadi untuk cacah ayunan besar pada beban 2 dan 3, namun tidak terlalu jelas, seperti ditunjukkan oleh Gambar 5 dan 6.



Gambar 4. Grafik $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n pada eksperimen dengan pengamatan posisi tanpa Tracker untuk beban 1.



Gambar 5. Grafik $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n pada eksperimen dengan pengamatan posisi tanpa Tracker untuk beban 2.



Gambar 6. Grafik $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n pada eksperimen dengan pengamatan posisi tanpa Tracker untuk beban 3.

Pada eksperimen tanpa Tracker diperoleh nilai kedalaman penetrasi, δ antara 0,346 – 0,349, artinya jika koreksi efek kedalaman penetrasi diabaikan (kedalaman penetrasi dianggap tak terhingga) atau kecepatan bola dianggap konstan (hukum Stokes) akan diperoleh nilai koefisien viskositas untuk beban 1, 2 dan 3 berturut-turut sebesar $(61 \pm 2) \times 10^{-4}$, $(56 \pm 2) \times 10^{-4}$ dan $(43 \pm 4) \times 10^{-4}$ poise, yang jauh lebih besar daripada nilai koefisien viskositas terkoreksi. Hal ini membuktikan bahwa koreksi efek kedalaman penetrasi atau penggunaan hukum Landau-Lifshitz untuk analisis gerak ayunan bandul teredam amat penting untuk meningkatkan ketelitian penentuan koefisien viskositas. Selain itu, jika koreksi efek kedalaman penetrasi diabaikan atau kecepatan bola dianggap konstan ternyata diperoleh nilai koefisien viskositas untuk beban 1 dan beban 2 yang saling mendekati namun kedua nilai untuk beban 1 dan 2 sangat berbeda secara signifikan dengan nilai koefisien viskositas untuk beban 3; hal ini membuktikan bahwa koreksi efek kedalaman penetrasi juga dapat meningkatkan kesesuaian nilai-nilai koefisien viskositas yang diperoleh dari beban yang berbeda-beda.

b. Hasil Analisis Data Eksperimen dengan Tracker

Tabel III menyajikan hasil analisis regresi linier berbobot dengan program REGLIN $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n , dengan A_n dalam hal ini amplitudo simpangan linier mendatar yang diperoleh dari analisis video eksperimen dengan Tracker. Pada kolom kelima Tabel III terlihat bahwa semua data eksperimen memberikan $P(\chi^2 \geq \chi^2_{\text{hit}})$ dalam batas 10 – 90 %, yang berarti terdapat kecocokan yang baik atau data linier sesuai dengan teori. Terlihat dari kolom kedua dan ketiga Tabel III bahwa koefisien fungsi linier a_1 untuk beban 1 dan 2 berbeda secara signifikan karena ralatnya kecil, berbeda dengan kasus tanpa Tracker di mana kedua nilai a_1 tidak berbeda secara signifikan satu sama lain karena ralatnya besar. Kolom terakhir Tabel III menunjukkan bahwa untuk ketiga beban diperoleh nilai koefisien viskositas yang sama dalam batas-batas ralat, dan jika dihitung rata-rata berbobot dengan persamaan (31) dan ralatnya dengan persamaan (32), diperoleh diperoleh nilai akhir koefisien viskositas sebesar $(7,52 \pm 0,21) \times 10^{-4}$ poise, sesuai dengan nilai akhir koefisien viskositas yang diperoleh dari eksperimen tanpa Tracker dan nilai ini masih sekitar empat kali lebih besar daripada nilai acuan seperti pada kasus tanpa Tracker, hanya saja ralat relatif sekarang lebih kecil dibandingkan pada kasus tanpa Tracker.

Gambar 7 menyajikan grafik data eksperimen dan garis lurus hasil regresi linier berbobot $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n untuk beban 1, 2 dan 3 pada eksperimen dengan analisis Tracker. Berbeda dengan hasil eksperimen tanpa Tracker di mana ketiga grafik sulit disajikan dalam satu gambar, untuk eksperimen dengan analisis Tracker ternyata ralat untuk $\ln A_n$ relatif lebih kecil dibandingkan dengan ralat pada eksperimen tanpa Tracker sehingga ketiga grafik untuk beban 1, 2 dan 3 dapat disajikan dalam sebuah gambar. Kenyataan bahwa ralat relatif untuk $\ln A_n$ pada eksperimen dengan analisis Tracker lebih kecil dibandingkan pada eksperimen tanpa Tracker

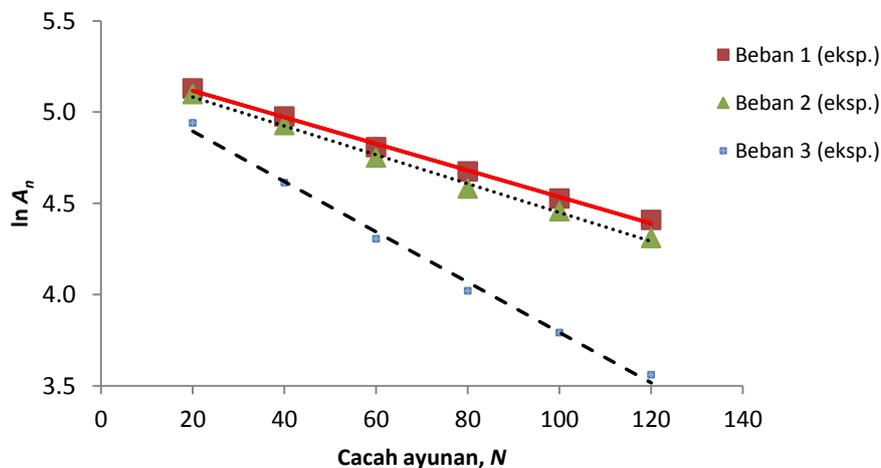
2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

menunjukkan bahwa penggunaan Tracker dapat memudahkan pengukuran simpangan dan meningkatkan keseksamaan. Gambar 7 menunjukkan bahwa data eksperimen cenderung linier untuk semua beban, dan efek penyimpangan dari garis lurus yang teramati pada eksperimen tanpa Tracker tidak teramati pada eksperimen dengan analisis Tracker, karena dua faktor: (a) penggunaan Tracker untuk menentukan amplitudo memudahkan dan meningkatkan keseksamaan nilai amplitudo yang diperoleh, dan (b) pada eksperimen dengan Tracker hanya dihasilkan data hingga cacah ayunan sebesar 120, masih jauh dari angka 200 ayunan yang pada eksperimen tanpa Tracker mulai menunjukkan penyimpangan (khususnya untuk beban 1).

Pada eksperimen dengan Tracker diperoleh nilai kedalaman penetrasi, δ antara 0,349 – 0,367, artinya jika koreksi efek kedalaman penetrasi diabaikan akan diperoleh nilai koefisien viskositas untuk beban 1, 2 dan 3 berturut-turut sebesar $(67 \pm 3) \times 10^{-4}$, $(65 \pm 2) \times 10^{-4}$ dan $(38 \pm 2) \times 10^{-4}$ poise, yang jauh lebih besar daripada nilai koefisien viskositas terkoreksi. Seperti halnya pada eksperimen tanpa Tracker, dalam eksperimen dengan analisis Tracker juga terbukti bahwa koreksi efek kedalaman penetrasi untuk analisis gerak ayunan bandul teredam dapat meningkatkan ketelitian penentuan koefisien viskositas dan dapat meningkatkan kesesuaian nilai-nilai koefisien viskositas yang diperoleh dari beban yang berbeda-beda.

Tabel III. Nilai koefisien viskositas udara untuk pengamatan posisi dengan Tracker.

| Beban | a_0 | $-a_1$ | χ^2 | P (%) | Koefisien viskositas, η (10^{-4} poise) |
|-------|-------------------|---------------------|----------|---------|--|
| 1 | $5,273 \pm 0,011$ | $0,0074 \pm 0,0002$ | 0,6867 | 60,09 | $8,5 \pm 0,4$ |
| 2 | $5,262 \pm 0,006$ | $0,0082 \pm 0,0002$ | 0,6165 | 65,13 | $9,1 \pm 0,1$ |
| 3 | $5,210 \pm 0,022$ | $0,0145 \pm 0,0004$ | 1,8246 | 12,05 | $8,3 \pm 0,4$ |



Gambar 7. Grafik $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n pada eksperimen dengan analisis Tracker.

c. Laminaritas Aliran Udara

Untuk mengecek apakah aliran udara dalam ayunan bandul teredam bersifat laminar atau tidak, dapat dihitung bilangan Reynolds dengan persamaan (25) untuk eksperimen tanpa Tracker dan dengan persamaan (30) untuk eksperimen dengan Tracker. Perlu dicatat bahwa perkiraan nilai kelajuan dalam persamaan (25) dan (30) agak terlalu besar, mengingat pengertian kelajuan dalam definisi bilangan Reynolds adalah kelajuan fluida pada jarak tertentu dari bola, bukan kelajuan bola itu sendiri. Nilai maksimum bilangan Reynolds terjadi baik pada kasus tanpa Tracker maupun dengan Tracker jika diambil simpangan sudut awal $\theta_0 = 10^\circ$, karena dalam hal ini persamaan (30)

menjadi ekuivalen dengan persamaan (25). Dengan mengambil kerapatan udara kira-kira $\rho = 1,2 \times 10^{-3} \text{ gr/cm}^3$ (Tomasi, Vitake dan De Santis, 1998), periode minimum dalam semua eksperimen $T = 2,4924 \text{ s}$, panjang tali $L = 150 \text{ cm}$, diameter maksimum dari semua beban adalah $d = 4,772 \pm 0,092 \text{ cm}$, dan koefisien viskositas acuan $1,8 \times 10^{-4} \text{ poise}$ (American Institute of Physics dan Gray, 1972: 242, 266-268), diperoleh nilai bilangan Reynolds maksimum $Re \approx 650$, jauh lebih kecil dari nilai batas aliran laminar 2000. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa dalam semua eksperimen yang dilakukan aliran udara bersifat laminar.

d. Evaluasi

Nilai koefisien viskositas yang diperoleh dari eksperimen tanpa Tracker sesuai (dalam batas-batas ralat eksperimen) dengan nilai koefisien viskositas yang diperoleh dari eksperimen dengan Tracker, dan ternyata pemanfaatan Tracker tidak meningkatkan ketelitian nilai koefisien viskositas yang diperoleh melainkan hanya meningkatkan keseksamaan saja. Hal ini dapat dimengerti mengingat sistem ayunan yang diamati adalah sama. Nilai koefisien viskositas yang diperoleh dengan metode ayunan bandul teredam, baik dengan maupun tanpa Tracker, mempunyai ketelitian yang masih belum memuaskan, walaupun masih mempunyai orde besar yang sama dengan nilai acuan, yaitu sekitar empat kali lebih besar dibandingkan nilai acuan. Salah satu faktor penyebab nilai koefisien viskositas yang terlalu besar boleh jadi adalah adanya gerak spin bola selama ayunan, yang berpengaruh memperbesar gaya gesekan udara, walaupun tentang ini masih diperlukan kajian lebih lanjut.

Walaupun nilai koefisien viskositas yang diperoleh dengan metode ayunan bandul teredam masih kurang teliti, ternyata alat praktikum yang dirancang, baik tanpa maupun dengan Tracker, menunjukkan kesesuaian dengan teori, yaitu hubungan $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n linier. Dengan demikian alat praktikum yang dirancang layak diujicobakan pada pembelajaran praktikum fisika di laboratorium. Metode eksperimen secara manual tanpa memanfaatkan Tracker dapat diujicobakan pada praktikum Fisika Dasar, di mana praktikan belum memperoleh materi tentang Tracker, sedangkan metode eksperimen dengan analisis Tracker dapat diujicobakan pada praktikum fisika tingkat lanjut untuk praktikan yang telah memperoleh materi tentang Tracker. Modul eksperimen dapat dirancang untuk dua orang mahasiswa secara berpasangan: jika eksperimen menggunakan analisis Tracker misalnya, pada saat pengambilan video, seorang praktikan bertugas melepaskan beban dan seorang praktikan lagi bertugas sebagai pengatur kamera, sedangkan proses analisis video dengan Tracker dapat dilakukan oleh satu orang secara bergantian.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan nilai bilangan Reynolds maksimum yang dihitung untuk eksperimen ayunan bandul teredam, dalam semua eksperimen yang dilakukan aliran udara bersifat laminar.

Nilai koefisien viskositas yang diperoleh dari eksperimen tanpa Tracker sesuai (dalam batas-batas ralat eksperimen) dengan nilai koefisien viskositas yang diperoleh dari eksperimen dengan Tracker, dan ternyata pemanfaatan Tracker tidak meningkatkan ketelitian nilai koefisien viskositas yang diperoleh melainkan hanya meningkatkan keseksamaan saja. Selain itu, ternyata koreksi kedalaman penetrasi memberikan peningkatan ketelitian yang signifikan.

Nilai koefisien viskositas yang diperoleh dengan metode ayunan bandul teredam, baik dengan maupun tanpa Tracker, mempunyai ketelitian yang masih belum memuaskan, walaupun masih mempunyai orde besar yang sama dengan nilai acuan.

Hasil semua eksperimen ayunan bandul teredam, baik tanpa maupun dengan Tracker, menunjukkan kesesuaian dengan teori, yaitu hubungan $\ln A_n$ terhadap cacah ayunan n linier. Dengan demikian alat praktikum yang dirancang layak diujicobakan pada pembelajaran praktikum fisika di laboratorium.

DAFTAR PUSTAKA

American Institute of Physics (Corporate Author) dan Gray, D.E. (Editor), 1972, "American Institute of Physics Handbook" 3rd ed., Chap. 2, New York: McGraw-Hill, hal.

2 PEMANFAATAN TRACKER DALAM EKSPERIMEN AYUNAN BANDUL

- Beichner, R., 1996, "The Impact of Video Motion Analysis on Kinematic Graph Interpretation Skills," *Am. J. Phys.*, **64**, 1272–1277.
- Bevington, P.R. dan Robinson, D.K., 2003, "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences," New York: McGraw-Hill.
- Bond, W.N., 1937, "The Viscosity of Air," *Proceedings of the Physical Society*, **49** (3), 205.
- Brown, D., 2013, "Sharing Video Experiments with Tracker Digital Libraries", *Proceedings AAPT Winter Seminar 2013*, New Orleans, USA.
- Brown, D., 2009, "Video Modeling with Tracker," *Proceedings AAPT 2009 Summer Meeting*, Ann Arbor, MI, USA.
- Brown, D., 2007, "Combining Computational Physics with Video Analysis in Tracker", *Proceedings AAPT 2007 Summer Meeting*, Greensboro, NC, USA.
- Brown, D. dan Cox, A., 2009, "Innovative Uses of Video Analysis," *Phys. Teach.*, **47**, 145–150.
- Christian, W., Brown, D., Esquembre, F., 2011, "OSP Tools and the ComPADRE OSP Collection", *APS Forum on Education Summer 2011 Newsletter*, <http://www.aps.org/units/fed/newsletters/summer2011/osp.cfm>.
- Christian, W. dan Esquembre, F., 2007, "Modeling Physics with Easy Java Simulations," *Phys. Teach.*, **45**, 475–480.
- Chuzam, A. dan Oktova, R., 2010, "Penentuan Tara Kalor Mekanis Secara Teliti dengan Metode Gesekan Dua Kerucut", *Prosiding Seminar Nasional Fisika 2010*, ITB Bandung, hal. 307-317.
- Falkovich, G., 2011, "Fluid Mechanics: A Short Course for Physicists," Cambridge: Cambridge University Press.
- Gupta, V.K., Shanker, G., Sharma, N.K., 1986, "Experiment on Fluid Drag and Viscosity with an Oscillating Sphere," *Am. J. Phys.*, **54**(7), 619-622.
- Jackson, J., Dukerich, L., Hestenes, D., 2008, "Modeling Instruction: An Effective Model for Science Education," *Sci. Educ.*, **17**(1), 10–17.
- Kadoya, K., Matsunaga, N., Nagashima, A., 1985, "Viscosity and Thermal Conductivity of Dry Air in Gaseous Phase", *J. Phys. Chem. Ref.*, **14**, 947.
- Landau, L.D., dan Lifshitz, E.M., 1987, "Fluid Mechanics," 2nd Ed., Oxford: Pergamon.
- Laws, P. dan Pfister, H., 1998, "Using Digital Video Analysis in Introductory Mechanics Projects", *Phys. Teach.*, **36**, 282–287.
- Marion, J.B., 1979, "General Physics with Bioscience Essays," John Wiley.
- Nelkom, M dan P., Parker, 1995, "Advanced Level Physics" 3rd Edition, London: Heinemann Educational Books.
- Oktova, R. dan Diana, N., 2013, "Penentuan Koefisien Viskositas Air Menggunakan Metode Getaran Pegas dengan Koreksi Kedalaman Penetrasi dan Koreksi Efek Dinding", *Berkala Fisika Indonesia*, **5** (1), 25-34.
- Rabinowicz, E., 1970, "An Introduction to Experimentation", Reading: Addison Wesley.
- Seeton, C.J., 2006, "Viscosity–Temperature Correlation for Liquids," *Tribology Letters*, **22**(1), 67-78.

- Shamim, S., Zia,W., Anwar, M.S., 2010, "Investigating Viscous Damping Using a Webcam,"*Am. J. Phys.*, **78**(4), 433-436.
- Tomasi, C., Vitake, V., De Santis, L.V., 1998, "Relative Optical Mass Functions for Air, Water Vapour, Ozone and Nitrogen Dioxide in Atmospheric Models Presenting Different Latitudinal and Seasonal Conditions", *Meteorology and Atmospheric Physics* **65** (1), 11–30.