

Aplikasi Teori Graf dalam Menentukan Jalur Tercepat Mitigasi Gunung Merapi Zona 1

(Application of Graph Theory in Determining the Fastest Path of Mount Merapi Mitigation Zone 1)

Ningrum Citra¹*, Wijayanti Eka²

Matematika, Universitas Ahmad Dahlan, Jalan Ring Road Selatan, Tamanan, Bantul, Daerah Istimewa Yogyakarta, 55191

E-mail: citra1600015019@webmail.uad.ac.id

* Corresponding Author

ARTICLE INFO

Kata Kunci

Teori Graf
Mitigasi
Jalur Tercepat
Weighted Average
Algoritma Floyd Warshall

Keywords

Teory Graph
Mitigation
Fastest Path
Weighted Average
Floyd Warshall Algoritm

ABSTRACT

Pada penelitian ini, dilakukan penelitian untuk menentukan jalur tercepat mitigasi Gunung Merapi zona 1 menggunakan kombinasi algoritma Floyd Warshall dan metode Weighted Average (WA). Proses dalam penelitian ini diawali dengan merumuskan permasalahan yang ada menggunakan teori graf, kemudian implementasi metode WA dan dilanjutkan dengan implementasi algoritma Floyd Warshall. Pada proses implementasi metode WA setiap variabel akan diberi bobot utama. Jumlah hasil perkalian dari setiap nilai variabel dan bobot utama akan dibagi dengan jumlah total bobot utama. Berdasarkan implementasi metode tersebut, diperoleh suatu matriks yang merepresentasikan gabungan dari beberapa variabel data yang berbeda. Matriks tersebut digunakan dalam implementasi algoritma Floyd Warshall. Hasil dari penelitian ini berupa jalur tercepat dari seluruh daerah titik awal yang ada menuju titik akhir. Jalur tercepat yang dibentuk dari daerah Girikerto menuju daerah Lumbungrejo adalah Girikerto-Wonokerto-Lumbungrejo dengan total bobot yakni 19.966 hingga jalur tercepat yang dibentuk dari daerah Trimulyo menuju daerah Lumbungrejo adalah Trimulyo-Mergoejo-Lumbungrejo dengan total bobot yakni 14.633.

In this study, a study was conducted to determine the fastest route for mitigating Mount Merapi in zone 1 using a combination of the Floyd Warshall algorithm and the Weighted Average (WA) method. The process in this research begins with formulating the existing problems using graph theory, then implementing the WA method and continuing with the implementation of the Floyd Warshall algorithm. In the process of implementing the WA method, each variable will be given a main weight. The sum of the product of each variable value and main weight will be divided by the total number of main weights. Based on the implementation of this method, a matrix is obtained that represents a combination of several different data variables. The matrix is used in the implementation of the Floyd Warshall algorithm. The results of this study are the fastest path from all existing starting points to the end points. The fastest route formed from the Girikerto area to the Lumbungrejo area is Girikerto-Wonokerto-Lumbungrejo with a total weight of 19,966 until the fastest route formed from the Trimulyo area to the Lumbungrejo area is Trimulyo-Mergoejo-Lumbungrejo with a total weight of 14,633.

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



PENDAHULUAN

Teori graf adalah salah satu ilmu matematika yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Masalah ini dimodelkan dalam titik dan sisi. Titik merepresentasikan objek dan sisi merepresentasikan hubungan antara objek tersebut. Pada awal abad ke-20 sampai sekarang, banyak matematikawan telah menerapkan teori graf dalam masalah kehidupan sehari-hari, salah satunya adalah masalah mitigasi dalam Sistem Informasi Geografis

Pada tahun 2013 Sani dkk[1], melakukan kajian menggunakan algoritma Floyd Warshall dan berhasil membentuk jalur terpendek untuk evakuasi tsunami di Desa Sanur, dalam penelitian tersebut, Sani dkk hanya menggunakan satu variabel data, yaitu jarak [2]. Dalam mitigasi bencana, jalur terpendek belum tentu jalur tercepat, karena ada banyak faktor (variabel) yang harus diperhatikan, salah satunya adalah waktu.

Indonesia adalah negara yang terletak di Lingkar Api Pasifik, yang menyebabkan banyak letusan gunung berapi. Salah satu gunung vulkanik yang masih aktif di Indonesia adalah Gunung Merapi, terletak di wilayah Yogyakarta. Dalam 10 tahun terakhir, tercatat dua letusan yang cukup besar, yang terjadi pada 2006 dan pada 2010, insiden itu mengharuskan warga yang tinggal di daerah sekitar gunung untuk melakukan mitigasi. Berdasarkan peristiwa tersebut, teridentifikasi masalah bahwa banyak jalur mitigasi ke titik akhir (area pengungsian) yang masih sering mengalami kesulitan karena waktu yang terlalu panjang dan jarak yang terlalu jauh.

Dalam penelitian ini, peneliti ingin menentukan jalur mitigasi tercepat menggunakan dua variabel data, yaitu jarak dan waktu, khususnya untuk zona studi kasus mitigasi Gunung Merapi zona 1. Peneliti akan merumuskan masalah yang ada menggunakan teori grafik dan menganalisis masalah ini menggunakan kombinasi algoritma Floyd Warshall dan metode Weighted Average. Pilihan menggunakan algoritma Floyd Warshall adalah karena algoritma tersebut mampu mempertimbangkan semua jalur yang mungkin dapat dibentuk. Namun, algoritma Floyd Warshall hanya dapat diimplementasikan dalam masalah dengan satu variabel data karena variabel data yang digunakan oleh peneliti lebih dari satu variabel data, sehingga algoritma dikombinasikan dengan metode Weighted Average. Metode Weighted Average diterapkan untuk menggabungkan data numerik dari beberapa variabel data yang berbeda, ke dalam satu variabel data.

Tujuan penelitian ini adalah untuk merumuskan masalah penentuan jalur tercepat mitigasi gunung Merapi zona 1 menggunakan teori graf dan menyelesaikan permasalahan yang ada dengan menggunakan kombinasi algoritma Floyd Warshall dan metode Weighted Average dalam rangka meminimalisir korban jiwa jika sesuatu saat bencana erupsi Gunung Merapi terjadi.

METODE

1. Teori Graf

Graf $G=(V,E)$ terdiri dari dua himpunan elemen, yaitu himpunan elemen V dan himpunan elemen E . Himpunan elemen V disebut titik sementara himpunan elemen E disebut sisi. Himpunan elemen titik terdiri dari $V=\{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ dan himpunan elemen sisi terdiri dari $E=\{e_0, e_1, \dots, e_n\}$

Definisi 1[1] Graf $G=(V,E)$ disebut graf yang diarahkan jika pada graf setiap sisi memiliki arah dan tidak memiliki dua sisi yang berlawanan dari dua titik, maka graf dikatakan diarahkan graf.

Definisi 2[3] Graf $G = (V,E)$ disebut graf berbobot jika setiap sisi e graf G diberi angka non-negatif maka dapat ditandai dengan $w(e)$ dan disebut berat titik v . Matriks graf berbobot dapat dinotasikan dengan $W=w(i,j)$ untuk $i,j=0,1,\dots,n$ dan dengan kondisi sebagai berikut:

$$w(i,j) = \begin{cases} w(e) & vivj \in E(G) \\ 0 & i = j \\ \infty & vivj \notin E(G) \end{cases}$$

Secara umum, matriks graf berarah berbobot tidak simetris dengan matriks graf berbobot, karena bobot dari titik vi hingga vj dapat ditulis sebagai $w(i,j)$ sedangkan bobot dari titik vj hingga vi dapat ditulis sebagai $w(j,i)$ yang mana $w(i,j) \neq w(j,i)$ [3].

2. Weighted Average

Weighted Average adalah metode untuk menghitung rata-rata tertimbang berdasarkan perhitungan rata-rata dengan memberikan bobot utama pada setiap nilai variabel untuk mengambil nilai rata-rata [4]. Dalam hal ini, bobot utama variabel dapat ditandai dengan $w_p(a_p) = a_p = [a_0; a_1; \dots; a_m]$ untuk $p=0,1,\dots,m$. Hasil dari metode ini dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks $W=w(i,j)$ untuk $i,j=0,1,\dots,n$. Mekanisme Weighted Average untuk menggabungkan data numerik dari beberapa variabel data adalah sebagai berikut:

$$w(i,j) = \frac{\sum_{p=0}^m a_p \cdot w_{a_p}(i,j)}{\sum_{p=0}^m a_p} \quad (1)$$

3. Algoritma Floyd Warshall

Algoritma Floyd Warshall adalah algoritma sederhana yang dapat digunakan untuk menentukan jalur tercepat antara semua pasang himpunan elemen titik $V=\{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ dalam graf berbobot [5][2][6]. Data yang digunakan dalam implementasi algoritma Floyd Warshall adalah data numerik dari graf berarah berbobot positif. Dalam iterasi untuk menentukan jalur tercepat, algoritma Floyd Warshall membentuk matriks n sesuai dengan k -iterasi [3] [7].

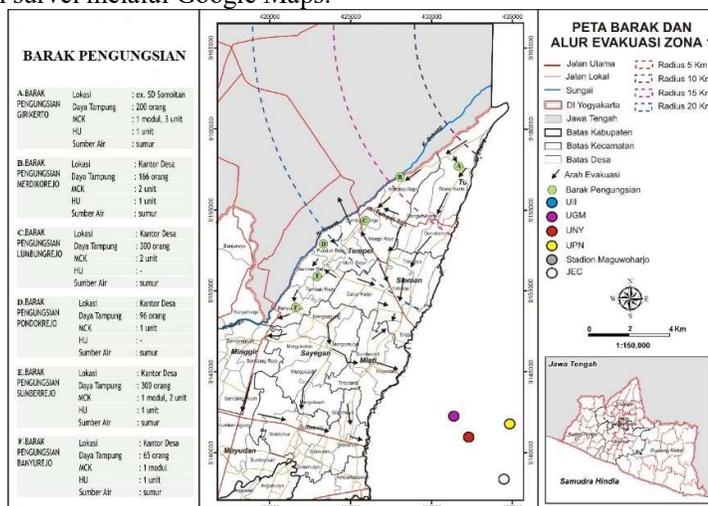
Mekanisme algoritma Floyd Warshall dalam menentukan jalur tercepat terdiri dari beberapa langkah diantaranya adalah sebagai berikut[8][9][10]:

- i. Langkah pertama :
 Untuk semua i dengan $i=j$, maka $w(i,i)=0$. Untuk i,j jika $v_i v_j$ adalah sisi graf, maka $w(i,j)$ adalah bobot sisi tersebut, dan untuk yang lain $w(i,j)=\infty$.
- ii. Langkah kedua :
 Untuk $w(i,j)=\min\{w(i,j); w(i,k)+w(k,j)\}$ merupakan solusi terakhir dari metode ini. Dengan kata lain $w(i,j)$ adalah jarak tercepat dari v_i ke v_j untuk $i,j,k=0,1, \dots, n$ di mana n adalah jumlah titik [4].

HASIL DAN PEMBAHASAN

Zona yang digunakan oleh para peneliti, yakni zona 1 dengan radius <20 km dari puncak Gunung Merapi. Pada radius tersebut diketahui terdapat 3 daerah yang dijadikan sebagai barak pengungsian, yakni daerah Girikerto yang berlokasi di SD Somoitan dengan kapasitas 200 orang, daerah Merdikorejo yang berlokasi di Kantor Desa dengan kapasitas 166 orang dan daerah Lumbungrejo yang berlokasi di kantor Desa dengan kapasitas 300 orang.

Dalam penelitian ini, daerah Lumbungrejo ditetapkan sebagai titik akhir (barak pengungsian) hal ini dikarenakan daerah tersebut merupakan daerah yang menjadi barak pengungsian terjauh pada radius tersebut dan data numerik untuk variabel data jarak dan waktu yang digunakan pada penelitian ini diperoleh berdasarkan survei melalui Google Maps.



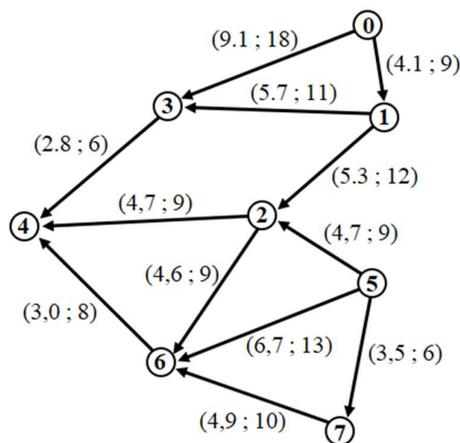
Gambar 1. Peta Jalur Mitigasi

Berdasarkan peta pada Gambar 1. dan berdasarkan survei melalui GoogleMaps diperoleh data sebagai berikut :

Table 1. Data Jalur Mitigasi

Jalur	Titik	Jarak (km)	Waktu (detik)
Girikerto-Wonokerto	0 ke 1	4.1	9
Girikerto-Merdikorejo	0 ke 3	9.1	18
Wonokerto-Bangunkerto	1 ke 2	5.3	12
Wonokerto-Merdikorejo	1 ke 3	5.7	11
Bangunkerto-Lumbungrejo	2 ke 4	4.7	9
Bangunkerto-Mergorejo	2 ke 6	4.6	9
Merdikorejo-Lumbungrejo	3 ke 4	2.8	6
Donokerto-Bangunkerto	5 ke 2	4.7	9
Donokerto-Mergorejo	5 ke 6	6.7	13
Donokerto-Trimulyo	5 ke 7	3.5	6
Mergorejo-Lumbungrejo	6 ke 4	3.0	8
Trimulyo-Mergorejo	7 ke 6	4.9	10

Dalam menentukan jalur tercepat mitigasi Gunung Merapi di zona 1, daerah yang ada direpresentasikan sebagai titik, jalur yang menghubungkan satu daerah ke daerah lain direpresentasikan sebagai sisi, dan data numerik untuk variabel data jarak dan waktu akan direpresentasikan sebagai bobot. Berdasarkan data dalam Tabel 1. dengan mengimplementasikan teori graf, rumusan data diperoleh sebagai berikut:



Gambar 2. Graf

Saat menerapkan metode *Weighted Average*, nilai data setiap variabel akan dikalikan dengan bobot utama yang telah ditentukan dan dibagi dengan jumlah total bobot utama. Dalam penelitian ini, para peneliti menetapkan bobot utama 0,25 untuk variabel jarak (a_0) dan 0,50 untuk variabel waktu (a_1) dan dapat ditulis sebagai $w_{a_p} = [a_0 ; a_1] = [0,25 ; 0,50]$ untuk $p = 0,1$. Penentuan bobot utama diperoleh dari hasil kuesioner yang telah dilakukan. Berdasarkan perumusan data yang telah terbentuk, akan ditunjukkan hasil perhitungan metode tersebut adalah sebagai berikut:

$$w(0,1) = \frac{(0.25 \cdot w_{a_1} (0,1)) + (0.50 \cdot w_{a_2} (0,1))}{0.25 + 0,50}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(0.25 \cdot 4.1) + (0.50 \cdot 9)}{0.25 + 0.50} \\
 &= \frac{1.025 + 4.5}{0.75} \\
 w(0,1) &= 7.367 \\
 \\
 w(0,3) &= \frac{(0.25 \cdot w_{a_1}(0,3)) + (0.50 \cdot w_{a_2}(0,3))}{0.25 + 0.50} \\
 &= \frac{(0.25 \cdot 9.1) + (0.50 \cdot 18)}{0.25 + 0.50} \\
 &= \frac{2.275 + 9}{0.75} \\
 w(0,3) &= 15.033 \\
 \vdots & \\
 w(7,6) &= \frac{(0.25 \cdot w_{a_1}(7,6)) + (0.50 \cdot w_{a_2}(7,6))}{0.25 + 0.50} \\
 &= \frac{(0.25 \cdot 4.9) + (0.50 \cdot 10)}{0.25 + 0.50} \\
 &= \frac{1.225 + 5}{0.75} \\
 w(7,6) &= 8.3
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, hasil perhitungan keseluruhan yang diperoleh dapat dibentuk menjadi matriks *Weighted Average* sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 7.133 & \infty & 15.033 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 9.767 & 9.233 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 7.567 & \infty & 7.533 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 4.933 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 7.567 & \infty & \infty & 0 & 10.9 & 5.167 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 6.333 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 8.3 & 0 \end{bmatrix}$$

Dalam implementasi algoritma Floyd Warshall, iterasi untuk $k = 0$ memiliki hasil yang sama dengan hasil dalam matriks *Weighted Average* sehingga peneliti hanya akan melanjutkan iterasi untuk $k = 1$ dengan $i = 0, 1, \dots, n$. Akan ditunjukkan hasil perhitungan implementasi algoritma Floyd Warshall untuk $k = 1$ dengan $i = 0$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 w(0,0) &= \min \{w(0,0); w(0,1) + w(1,0)\} \\
 &= \min \{0; 7.367 + \infty\} \\
 &= \min \{0; \infty\} \\
 w(0,0) &= 0 \\
 \\
 w(0,1) &= \min \{w(0,1); w(0,1) + w(1,1)\} \\
 &= \min \{7.367; 7.367 + 0\} \\
 &= \min \{7.367; 7.367\} \\
 w(0,1) &= 7.367 \\
 \\
 w(0,2) &= \min \{w(0,2); w(0,1) + w(1,2)\} \\
 &= \min \{\infty; 7.367 + 9.767\} \\
 &= \min \{\infty; 17.134\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w(0,2) &= 17.134 \\
 w(0,3) &= \min \{w(0,3); w(0,1) + w(1,3)\} \\
 &= \min \{15.033; 7.367 + 9.233\} \\
 &= \min \{15.033; 16.6\} \\
 w(0,3) &= 15.033 \\
 w(0,4) &= \min \{w(0,4); w(0,1) + w(1,4)\} \\
 &= \min \{\infty; 7.133 + \infty\} \\
 &= \min \{\infty; \infty\} \\
 w(0,4) &= \infty \\
 w(0,5) &= \min \{w(0,5); w(0,1) + w(1,5)\} \\
 &= \min \{\infty; 7.367 + \infty\} \\
 &= \min \{\infty; \infty\} \\
 w(0,5) &= \infty \\
 w(0,6) &= \min \{w(0,6); w(0,1) + w(1,6)\} \\
 &= \min \{\infty; 7.367 + \infty\} \\
 &= \min \{\infty; \infty\} \\
 w(0,6) &= \infty \\
 w(0,7) &= \min \{w(0,7); w(0,1) + w(1,7)\} \\
 &= \min \{0; 7.367 + \infty\} \\
 &= \min \{\infty; \infty\} \\
 w(0,7) &= \infty
 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan iterasi untuk $k = 1$ telah diperoleh, hasilnya dapat dimodelkan dalam formulir matriks $W_1 = w(i, j)$ di mana W_1 merepresentasikan matriks untuk iterasi $k = 1$. Matriks yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$W_1 = \begin{bmatrix}
 0 & 7.367 & 17.134 & 15.033 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
 \infty & 0 & 9.767 & 9.233 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
 \infty & \infty & 0 & \infty & 7.567 & \infty & 7.533 & \infty \\
 \infty & \infty & \infty & 0 & 4.933 & \infty & \infty & \infty \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty \\
 \infty & \infty & 7.567 & \infty & \infty & 0 & 10.9 & 5.167 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 6.333 & \infty & 0 & \infty \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 8.3 & 0
 \end{bmatrix}$$

Perhitungan iterasi berikutnya, untuk $k = 3$ hingga $k = 7$, dengan $i, j = 0, 1, \dots, n$ memerlukan solusi dari hasil perhitungan iterasi sebelumnya. Karena perhitungan iterasi berikutnya dianalogikan dengan perhitungan iterasi sebelumnya, berdasarkan hasil perhitungan iterasi untuk $k = 7$ yang merupakan iterasi terakhir, representasi matriks yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$W_7 = \begin{bmatrix} 0 & 7.367 & 17.134 & 15.033 & 19.966 & \infty & 24.667 & \infty \\ \infty & 0 & 9.767 & 9.233 & 14.166 & \infty & 17.3 & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 7.567 & \infty & 7.533 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 4.933 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 7.567 & \infty & 15.134 & 0 & 10.9 & 5.167 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 6.333 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 14.633 & \infty & 8.3 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks untuk iterasi $k = 7$ atau W_7 adalah matriks yang berisi data tentang berat total yang dilewatkan oleh satu titik ke titik lainnya. Matriks adalah solusi yang akan digunakan untuk pengambilan keputusan akhir. Berdasarkan matriks tersebut, solusi akhir yang diperoleh sebagai berikut:

Tabel 2. Data Hasil Jalur Mitigasi Tercepat

Titik	Jalur	Total Bobot	Jarak (km)	Waktu (menit)
0 ke 4	0 - 1 - 2 - 4	24.701	14.1	30
	0 - 1 - 2 - 6 - 4	31	17	39
	0 - 1 - 3 - 4	21.533	12.6	27
	0 - 3 - 4	19.966	11.9	24
1 ke 4	1 - 2 - 4	17.334	10	21
	1 - 2 - 6 - 4	23.633	12.9	29
	1 - 3 - 4	14.166	8.5	17
2 ke 4	2 - 4	7.567	4.7	9
	2 - 6 - 4	13.466	7.6	17
3 ke 4	3 - 4	4.933	2.8	6
	5 - 2 - 4	15.134	9.4	18
5 ke 4	5 - 2 - 6 - 4	21.433	12.3	26
	5 - 6 - 4	17.233	9.7	21
	5 - 7 - 6 - 4	19.8	11.4	24
6 ke 4	6 - 4	6.333	3.0	8
7 ke 4	7 - 6 - 4	14.633	7.9	18

Berdasarkan Tabel 1, hasil untuk jalur tercepat adalah sebagai berikut:

- a. Untuk memitigasi dari titik 0 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 0-3-4 yaitu Girikerto-Merdikorejo-Lumbungrejo.
- b. Untuk mitigasi dari titik 1 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 1-3-4, yaitu Wonokerto-Merdikorejo-Lumbungrejo,
- c. Untuk mitigasi dari titik 2 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 2-4, yaitu Bangukerto-Lumbungrejo,
- d. Untuk mitigasi dari titik 3 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 3-4, yaitu Merdikorejo-Lumbungrejo,
- e. Untuk mitigasi dari titik 5 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 5-2 , yaitu Donokerto-Bangunkerto-Lumbungrejo,
- f. Untuk mitigasi dari titik 6 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 6-4, yaitu Wonokerto-Merdikorejo-Lumbungrejo.
- g. Untuk mitigasi dari titik 7 menuju titik 4, jalur tercepatnya adalah 7-6-4, yaitu Trimulyo-Mergorejo-Lumbungrejo.

SIMPULAN

Berdasarkan perumusan masalah dan serangkaian studi yang telah dilakukan peneliti, ditemukan bahwa jalur tercepat dari titik 0 hingga 4 adalah 0-3-4 dengan total bobot 19.966, jalur tercepat dari titik 1 hingga 4 adalah 1-3-4 dengan total bobot 14.166, jalur tercepat dari titik 2 hingga 4 adalah 2-4 dengan total bobot 7.567, jalur tercepat dari titik 3 hingga 4 adalah 3-4 dengan total bobot 4.933, jalur tercepat dari titik 5 hingga 4 adalah 5-2-4 dengan total bobot 15.134, jalur tercepat dari titik 6 hingga 4 adalah 6-4 dengan total bobot 6.333 dan jalur tercepat dari titik 7 hingga 4 adalah 7-6-4 dengan total bobot 14.633.

Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh, algoritma Floyd Warshall dapat mengoptimalkan matriks implementasi metode *Weighted Average* untuk menemukan jalur tercepat dari semua titik awal yang ada menuju titik akhir yakni Lumbungrejo dengan mempertimbangkan semua jalur yang mungkin terbentuk, tetapi dengan $n = 7$ penelitian ini membutuhkan waktu yang lama untuk melakukan perhitungan manualnya dan akan sangat lama jika n -nya lebih besar.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. F. Sani, N. K. T. Tastrawati, and I. M. E. Dwipayana, "Algoritma Floyd Warshall Untuk Menentukan Jalur Terpendek Evakuasi Tsunami di Kelurahan Sanur," *E-Jurnal Mat.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–5, 2013.
- [2] I. K. Budayasa, "Teori Graph dan Aplikasinya. Surabaya." Unesa University Press, 2007.
- [3] J. Jek Siang, "Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada Ilmu Komputer," *Yogyakarta Penerbit Andi Yogyakarta*, 2009.
- [4] B. Anjasmoro, S. Suharyanto, and S. Sangkawati, "Analisis Prioritas Pembangunan Embung Metode Cluster Analysis, AHP dan Weighted Average (Studi Kasus: Embung di Kabupaten Semarang)," *MEDIA Komun. Tek. SIPIL*, vol. 21, no. 2, pp. 101–112, 2016.
- [5] U. B. Press and A. Widodo, *Teori Graf*. Universitas Brawijaya Press, 2016.
- [6] N. K. D. A. Jayanti, "Penggunaan Algoritma Floyd Warshall Dalam Masalah Jalur Terpendek Pada Penentuan Tata Letak Parkir," in *Seminar Nasional Informatika (SNIf)*, 2017, vol. 1, no. 1, pp. 75–81.
- [7] Y. R. Kriswanto, R. K. J. Bendi, and A. Aliyanto, "Penentuan Jarak Terpendek Rute Transmudi dengan Algoritma Floyd-Warshall," *Semantik*, vol. 4, no. 1, 2014.
- [8] S. Hougardy, "The Floyd–Warshall algorithm on graphs with negative cycles," *Inf. Process. Lett.*, vol. 110, no. 8–9, pp. 279–281, 2010.
- [9] R. Saputra, "Sistem Informasi Geografis Pencarian Rute Optimum Obyek Wisata Kota Yogyakarta Dengan Algoritma Floyd-Warshall," *J. Mat.*, 2011.
- [10] R. A. D. Novandi, "Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall dalam Penentuan Lintasan Terpendek (Single Pair Shortest Path)," *Makal. IF2251 Strateg. Algoritm.*, 2007.