

# PARAMETRISASI FUNGSIONAL KERAPATAN-TENAGA FAYANS DALAM RUANG KOORDINAT UNTUK PERHITUNGAN SWAKONSISTEN KEADAAN DASAR INTI DENGAN INTI $Zr^{90}$ SEBAGAI ACUAN

**Raden Oktova**

Program Magister Pendidikan Fisika, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta

Kampus II, Jl.Pramuka 42, Yogyakarta 55161

*E-mail:* r.oktova@uad.ac.id

## INTISARI

Telah dikembangkan suatu metode perhitungan keadaan dasar inti bola dalam ruang koordinat secara swakonsisten dengan menggunakan fungsional kerapatan-tenaga Fayans. Parametrisasi fungsional dilakukan berdasarkan data eksperimental jari-jari muatan inti ajaib rangkap  $Zr^{90}$ . Himpunan parameter terbaik yang diperoleh menunjukkan bahwa gaya permukaan dalam fungsional dapat diabaikan.

**Kata kunci:** keadaan dasar, perhitungan swakonsisten, fungsional kerapatan-tenaga Fayans

## I. PENDAHULUAN

Pengembangan metode perhitungan swakonsisten sangat penting dalam fisika inti, antara lain untuk menjamin bahwa metode yang dikembangkan dapat diberlakukan pada seluruh daerah inti, termasuk inti-inti yang belum dikenal secara eksperimental. Berbeda dengan perhitungan keadaan dasar dalam ruang konfigurasi, di mana keadaan-keadaan kuasipartikel diekspansikan sebagai kombinasi linier fungsi-fungsi ortogonal osilator harmonik sehingga keadaan kuasipartikel di daerah tenaga asimtotik (kontinuum) tidak diperhitungkan dengan baik, dalam perhitungan dalam ruang koordinat semua keadaan kuasipartikel dapat diperhitungkan dengan baik, setidaknya secara prinsip. Untuk perhitungan keadaan dasar secara swakonsisten, ketelitian hasil tidak terlepas dari fungsional kerapatan-tenaga yang digunakan. Dalam hal ini, fungsional kerapatan-tenaga Fayans (Fayans dkk., 1994a, 1994b) telah terbukti sangat potensial untuk perhitungan keadaan dasar inti karena sedikit lebih teliti daripada fungsional Skyrme yang selama ini banyak digunakan (Fayans dkk., 2000) namun fungsional Skyrme mempunyai parametrisasi yang sudah sangat mapan dan sangat luas digunakan. Untuk itu, dalam penelitian ini telah dikembangkan suatu metode perhitungan keadaan dasar inti bola secara swakonsisten dengan fungsional kerapatan tenaga Fayans dalam ruang koordinat.

Perhitungan keadaan eksitasi kolektif inti dalam ruang koordinat dimulai oleh Schlomo dan Bertsch (Schlomo dan Bertsch, 1975, lihat tinjauan oleh Bertsch, 1991), yaitu suatu perhitungan tidak swakonsisten dengan menggunakan potensial partikel-tunggal empiris Saxon-Woods dengan hampiran kuasipartikel BCS sederhana menggunakan gaya pasangan konstan. Salah satu perkembangan terakhir adalah perhitungan keadaan dasar dengan metode HFB dalam ruang koordinat (sayangnya, hanya dalam basis kanonik, yang berarti unsur matriks nondiagonal diabaikan seperti pada metode BCS), misalnya oleh Bennaceur dan Dobaczewski (2005).

Makalah ini menyajikan salah satu hasil penelitian awal dengan menggunakan data jari-jari muatan inti  $Zr^{90}$  sebagai acuan parametrisasi, dan masalah yang dikaji adalah berapakah nilai-nilai parameter fungsional kerapatan tenaga Fayans yang harus digunakan dalam perhitungan keadaan dasar inti bola secara swakonsisten dalam ruang koordinat, bagaimanakah ketelitian hasil perhitungan besaran-besaran keadaan

dasar inti seperti jari-jari muatan yang dihasilkan jika dibandingkan dengan nilai eksperimental, serta apakah ketelitian hasil perhitungan dalam ruang koordinat lebih baik dari ketelitian hasil perhitungan-perhitungan sebelumnya. Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tsb., pada penelitian awal inti bola  $Zr^{90}$  digunakan sebagai acuan mengingat inti tsb. merupakan inti bola dengan jari-jari muatan yang diketahui dengan baik.

## II. DASAR TEORI

### Fungsional Kerapatan-tenaga

Fungsional kerapatan-tenaga Fayans dapat dinyatakan sebagai fungsi kerapatan partikel normal,  $\rho$  dan kerapatan partikel anomal,  $(\nu, \nu^+)$ , sehingga tenaga total inti dapat dituliskan sebagai

$$E[\rho, \nu, \nu^+] = \int d^3r \{ \varepsilon_{\text{kin}} + \varepsilon_{\text{vol}} + \varepsilon_{\text{sur}} + \varepsilon_{\text{coul}} + \varepsilon_{\text{so}} + \varepsilon_{\text{pair}} \}, \quad (1)$$

dengan suku-suku dalam integran berturut-turut adalah kerapatan-tenaga kinetik, volume, permukaan, Coulomb, spin-orbit, dan pasangan. Jumlah semua suku kecuali  $\varepsilon_{\text{kin}}$  disebut kerapatan-tenaga interaksi. Fungsional kerapatan-tenaga Fayans mengandung parameter-parameter Fermi seperti kerapatan partikel dalam zat inti simetrik ( $N = Z$ ) pada keadaan setimbang,  $2\rho_0$ , momentum Fermi  $p_F^0$  dan tenaga Fermi  $\varepsilon_F^0$ , jumlah dan selisih antara kerapatan proton dan neutron,

$$x_{\pm} = \frac{\rho^n \pm \rho^p}{2\rho_0}, \quad (2)$$

serta fungsi-fungsinya,

$$f_{\pm} = \frac{1 - h_{1\pm} x_{\pm}}{1 + h_{2\pm} x_{\pm}}, \quad f' = \frac{d}{dx_+} f(x_+), \quad (3)$$

dengan  $h_{1\pm}$  dan  $h_{2\pm}$  adalah parameter-parameter fungsional. Potensial partikel-tunggal dan gaya dua-benda p-h (partikel-hole) dapat diperoleh dari diferensial tenaga interaksi terhadap kerapatan partikel normal,  $\rho$ , sedangkan gaya dua-benda partikel-partikel (p-p) dapat diperoleh dari diferensial tenaga pasangan terhadap kerapatan anomal,  $(\nu, \nu^+)$ . Gaya (dua-benda) pertukaran muatan antara proton dan neutron dapat dihitung dari diferensial jumlah tenaga permukaan dan tenaga volume terhadap  $\rho_- = \rho^n - \rho^p$  (Fayans *dkk.*, 1994b).

Pada perhitungan keadaan dasar, proton dan neutron dihitung secara terpisah. Jika diketahui potensial partikel-tunggal,  $V^{n/p}(\mathbf{r})$  (lambang n dan p berarti neutron atau proton), maka dapat diperoleh himpunan keadaan partikel-tunggal (eigennilai dan eigenfungsi tenaga, yaitu  $\varepsilon_{nl}$  dan  $y_{nl}(\mathbf{r})$  dalam wakilan bola) dengan penyelesaian persamaan Schrödinger dalam jarak radial  $r$ ,

$$\left( \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} + V(r) \right) y_{nl}(r) = \varepsilon_{nl} y_{nl}(r), \quad (4)$$

dalam hampiran kisi diskret (Reinhard, 1991, lihat juga tinjauan mutakhir oleh Bennaceur dan Dobaczewski, 2005). Kemudian dari himpunan keadaan partikel-tunggal tsb. dapat dihitung keadaan dasar swakonsisten melalui iterasi dengan menggunakan formalisme fungsional kerapatan-tenaga Fayans (pers. 1), kemudian dari

keadaan dasar swakonsisten tersebut dapat diperoleh keadaan kuasipartikel inti, misalnya dalam hampiran paling sederhana dengan menyelesaikan persamaan gaya pasangan BCS (Ring dan Schuck, 2000 : 228-243). Dalam model BCS, tenaga kuasipartikel  $E_k$  diberikan oleh ungkapan

$$E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \varepsilon_F)^2 + \Delta_k^2}, \quad (5)$$

dengan  $\Delta_k$  adalah parameter celah pasangan yang memenuhi persamaan

$$\Delta_k + \sum_m \frac{F_{kk,mm}^{pp} \Delta_m}{2E_m} = 0, \quad (6)$$

dengan  $\varepsilon_k$  pada hakekatnya adalah tenaga partikel-tunggal seperti pada persamaan (4), hanya saja dalam penelitian ini dihitung secara swakonsisten, dan indeks  $k$  meliputi semua aras partikel-tunggal proton dan neutron (dihitung sendiri-sendiri). Dalam perhitungan swakonsisten keadaan dasar sebelumnya, untuk gaya pasangan  $F^{pp}$  pada saluran p-p partikel sejenis (proton-proton dan neutron-neutron), berbagai bentuk gaya telah dicoba, antara lain gaya berjangkau nol (fungsi delta) dan gaya berjangkau berhingga jenis Yukawa (Kroemer dkk., 1995, Kroemer, 1996) namun ternyata tidak terdapat pengaruh nyata bentuk gaya ini terhadap hasil perhitungan, sehingga dalam penelitian ini cukup digunakan bentuk paling sederhana, yaitu gaya konstan berjangkau nol,

$$F_{p-p}^{p/n} = -C_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (7)$$

dengan  $F_{p-p}^{p/n}$  adalah  $F^{pp}$  pada persamaan (6), dengan superskrip p/n dituliskan untuk menekankan bahwa perhitungan gaya p-p proton-proton dilakukan secara terpisah dari perhitungan gaya p-p neutron-neutron;  $C_0$  adalah konstanta gaya bernilai positif.

Berikut ini dipaparkan metode perhitungan keadaan dasar inti bola secara swakonsisten dengan fungsional kerapatan-tenaga Fayans, dengan kata lain digunakan model Fayans-Hartree-Fock, dengan mengambil analogi dengan prosedur berdasarkan fungsional kerapatan-tenaga Skyrme atau model Skyrme-Hartree-Fock (Reinhard, 1991). Perhitungan keadaan dasar secara swakonsisten didasarkan pada persamaan Hartree-Fock (HF),

$$\langle \varphi_\alpha | \hat{H}_{HF} | \varphi_\beta \rangle \equiv \langle \varphi_\alpha | \hat{T} | \varphi_\beta \rangle + \sum_{j=1}^N \langle \varphi_\alpha \varphi_j | \hat{V} | \varphi_j \varphi_\beta \rangle_a = \varepsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad (8)$$

dengan subskrip "a" menunjukkan fungsi gelombang bersifat antisimetrik. Persamaan ini dapat diungkapkan dalam wakilan koordinat sebagai

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_H(x) \right\} \varphi_\alpha(x) + \int dx' U_{EX}(x, x') \varphi_\alpha(x') = \varepsilon_\alpha \varphi_\alpha(x), \quad (9)$$

dengan *Hamiltonian* HF  $\hat{H}_{HF}$  dapat dipisahkan menjadi potensial lokal atau Hartree berbentuk

$$\hat{U}_H(x) = \sum_{j=1}^N \int dx' \varphi_j^*(x') \hat{V}(x, x') \varphi_j(x'), \quad (10)$$

dan suatu potensial nonlokal atau pertukaran

$$\hat{U}_{EX}(x, x') = \sum_{j=1}^N \varphi_j^*(x') \hat{V}(x, x') \varphi_j(x'). \quad (11)$$

Dulu sebelum diperkenalkan gaya Skyrme, suku potensial pertukaran ini menyebabkan unsur matriks untuk suatu potensial teras keras (*hard core potential*) menjadi bernilai tak terhingga.

Gaya Fayans secara umum dapat dinyatakan dengan suatu fungsional kerapatan-tenaga berbentuk

$$E = E_{Fayans} + E_{Coulomb} + E_{pasangan} - E_{cm}, \quad (12)$$

dengan  $E_{Fayans}$ , yaitu fungsional kerapatan-tenaga untuk gaya Fayans, merupakan suku yang dominan. Tenaga Coulomb adalah  $E_{Coulomb}$ , selanjutnya tenaga pasangan secara skematik diberikan oleh suku  $E_{pasangan}$ , dan koreksi gerak pusat massa medan rata-rata,  $E_{cm}$  harus dikurangkan dari tenaga keseluruhan.

Bentuk fungsional kerapatan-tenaga Fayans memungkinkan nilai harap tenaga untuk determinan-determinan Slater dapat dihitung dari besaran-besaran kerapatan dan arus berikut,

$$\begin{aligned} \rho_q(\mathbf{r}) &= \sum_{\beta \in q} w_\beta \varphi_\beta(\mathbf{r})^+ \varphi_\beta(\mathbf{r}), \\ \mathbf{j}_q(\mathbf{r}) &= \frac{i}{2} \sum_{\beta \in q} w_\beta \left[ \nabla \varphi_\beta(\mathbf{r})^+ \varphi_\beta(\mathbf{r}) - \varphi_\beta(\mathbf{r})^+ \nabla \varphi_\beta(\mathbf{r}) \right], \\ \boldsymbol{\tau}_q(\mathbf{r}) &= \sum_{\beta \in q} w_\beta \nabla \varphi_\beta(\mathbf{r})^+ \cdot \nabla \varphi_\beta(\mathbf{r}), \\ \nabla \mathbf{J}_q(\mathbf{r}) &= -i \sum_{\beta \in q} w_\beta \nabla \varphi_\beta(\mathbf{r})^+ \cdot \nabla \times \boldsymbol{\sigma} \varphi_\beta(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (13)$$

dengan  $\varphi_\beta$  adalah fungsi gelombang partikel-tunggal keadaan  $\beta$ , dan indeks isospin  $q$  berjalan meliputi keadaan-keadaan proton dan neutron. Peluang pengisian keadaan  $\beta$  adalah  $w_\beta$ . Bila suatu kulit sepenuhnya terisi, maka  $w_\beta = 1$ , namun nilai-nilai pecahan dapat terjadi untuk inti-inti tanpa bilangan ajaib (*nonmagic nuclei*), dan pengisian ini dihitung dengan skema perhitungan gaya pasangan.

Untuk keadaan dasar inti, fungsi gelombang partikel-tunggal dapat dipisahkan,

$$\varphi_\beta(\mathbf{r}) = \frac{R_\beta(r)}{r} Y_{j_\beta \ell_\beta m_\beta}(\theta, \phi), \quad (14)$$

dengan  $Y_{j_\beta \ell_\beta m_\beta}(\theta, \phi)$  adalah fungsi-fungsi harmonik bola spinor. Fungsi gelombang radial  $R_\beta(r)$  tidak bergantung pada bilangan kuantum  $m_\beta$ . Dalam wakilan ini, persamaan HF untuk  $R_\beta(r)$  dapat diungkapkan sebagai

$$h_q R_\beta = \varepsilon_\beta R_\beta, \quad (15)$$

dengan *Hamiltonian* medan rata-rata (HF)

$$h_q = \partial_r \mathbf{B}_q \partial_r + U + U_{ls,q} \boldsymbol{\ell} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (16.a)$$

dengan  $\mathbf{B}_q$ ,  $U_q$  dan  $U_{ls,q}$  merupakan fungsi dari  $\rho_q$ , kerapatan total  $\rho = \rho_{proton} + \rho_{neutron}$ ,  $\mathbf{J}_q$  dan kerapatan arus total  $\mathbf{J}_q = \mathbf{J}_{proton} + \mathbf{J}_{neutron}$ . Perhatikan bahwa pers. (15) bersifat nonlinier dalam fungsi gelombang  $R_\beta(r)$  melalui *Hamiltonian* medan rata-rata  $h_q$  yang bergantung pada kerapatan.

Dalam parametrisasi asli suku spin-orbit dalam fungsional kerapatan-tenaga Fayans, terdapat parameter kekuatan gaya spin-orbit (dilambangkan dengan  $\kappa_{pp}$  dan  $\kappa_{pn}$ ) dengan potensial spin-orbit yang

rumit. Perumusan yang lebih sederhana diberikan oleh gaya dua-benda spin-orbit dalam fungsional kerapatan-tenaga Skyrme,

$$F(1,2) = iW_0 (\vec{\sigma}^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)}) \vec{k} \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \quad (16.b)$$

dapat dijabarkan oleh Bell dan Skyrme dari suku spin-orbit pers. (16.a) dalam batas jangkauan pendek (Ring dan Schuck, 2000: 175).

Dengan suatu koreksi diagonal, dapat dihitung koreksi massa efektif

$$m_{eff} = m \left[ 1 - \frac{1}{A} \right]. \quad (17)$$

Prosedur ini mungkin baik untuk perhitungan keadaan dasar namun dapat menghasilkan parameter massa yang kurang tepat untuk translasi, rotasi, vibrasi dan fisi. Suatu koreksi pusat massa yang lebih konsisten adalah dengan tetap menggunakan massa nukleon bebas namun tenaga dari perhitungan HF dikurangi dengan tenaga titik nol translasi (*zero-point-motion energy*, ZPE)

$$Z_{trans} = \frac{\langle \mathbf{p}_{cm}^2 \rangle}{2Am}, \quad (18)$$

dengan  $\mathbf{p}_{cm}$  adalah operator momentum pusat massa. Pemilihan prosedur ini konsisten dengan koreksi ZPE dalam perhitungan-perhitungan kolektif inti (Giraud dan Grammaticos, 1975).

Jika telah diperoleh penyelesaian pers. HF (15), dan diperoleh nilai  $w_\beta$ , dapat dihitung tenaga sistem dari fungsional kerapatan-tenaga  $E_{Fayans}$ . Namun sebagian besar informasi tenaga dapat diperoleh dari tenaga partikel-tunggal  $\varepsilon_\beta$ .

Gaya Coulomb mempunyai jangkauan tak terhingga, sehingga akan sangat menghabiskan waktu jika suku pertukaran dihitung secara eksak; bagian ini dihitung dengan hampiran Slater, dan diperoleh tenaga Coulomb,

$$E_{Coul} = \frac{1}{2} e^2 \int d^3r d^3r' \rho_C(\mathbf{r}) \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rho_C(\mathbf{r}') + E_{Coul,exch}, \quad (19)$$

dengan

$$E_{Coul,exch} = -\frac{3}{4} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \cdot 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \rho_{pr}^{4/3}. \quad (20)$$

Sumbangannya pada potensial HF dapat dihitung dengan variasi

$$U_{Coul} = U_{Coul,dir} + U_{Coul,exch}, \quad (21)$$

dengan

$$\begin{aligned} -\Delta U_{Coul,dir} &= 4\pi e^2 \rho_C, \\ U_{Coul,exch} &= -\left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \rho_{pr}^{1/3}. \end{aligned} \quad (22)$$

Perhitungan dalam penelitian ini menggunakan gaya pasangan sederhana (skematik) dengan fungsional berbentuk

$$E_{pair} = -\sum_q G_q \left[ \sum_{\beta \in q} \sqrt{w_\beta (1 - w_\beta)} \right]^2, \quad (23)$$

dengan unsur matriks gaya pasangan  $G_q$  adalah konstan untuk setiap inti.

### III. METODE PERHITUNGAN

Di dalam memperoleh himpunan basis partikel-tunggal swakonsisten, diperhitungkan seluruh suku fungsional kerapatan-tenaga Fayans. Gaya pasangan dihampiri dengan gaya konstan (pers. 7) dan sumbangan tenaganya dihitung secara iteratif dengan hampiran BCS (pers. 5 dan 6). Untuk membantu perhitungan numerik, digunakan komputer pribadi Fujitsu-Siemens dengan bahasa pemrograman Fortran 77.

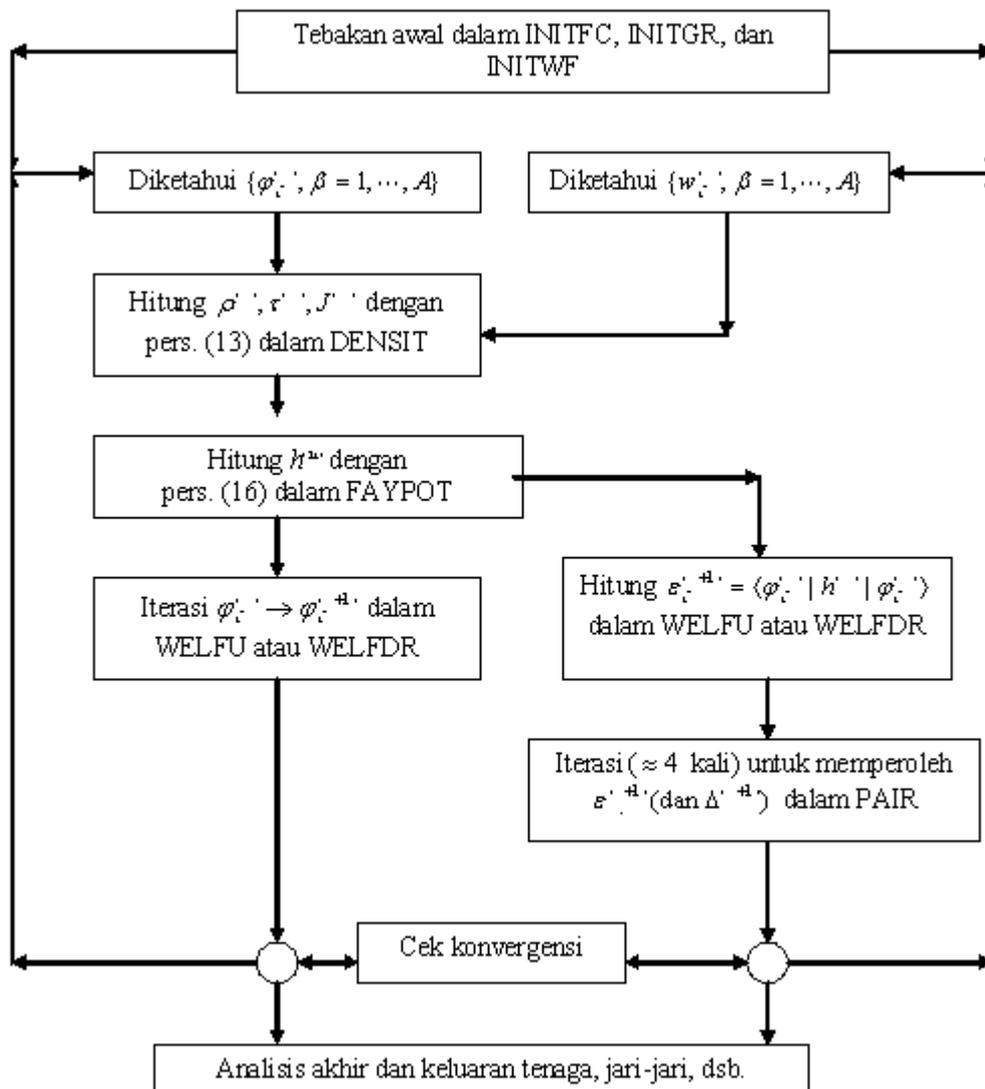
Himpunan parameter fungsional kerapatan-tenaga Fayans untuk langkah awal parametrisasi adalah himpunan parameter DF3 dalam perhitungan swakonsisten keadaan dasar dalam ruang konfigurasi (Kroemer *dkk.*, 1995, Oktova, 2006),

$$\begin{aligned} a_+^v &= -6,42, & h_{1+}^v &= 0,163, & h_{2+}^v &= 0,724, \\ a_-^v &= 5,42, & h_{1-}^v &= 0,0, & h_{2-}^v &= 3,0, \\ a_+^s &= -11,1, & h_{1+}^s &= 0,0, & h_{2+}^s &= 0,31 \\ a_-^v &= -4,0, & h_-^s &= 0,0, \\ r_0 &= 1,147 \text{ fm}, & R &= 0,35 \text{ fm}. \end{aligned}$$

Himpunan parameter tersebut bersesuaian dengan sifat-sifat zat inti sbb.:  $K_0 = 200$  MeV (modulus kompresi),  $\mu_0 = -16,05$  MeV (potensial kimia),  $\beta_0 = 28,7$  MeV (konstanta tenaga asimetri),  $\varepsilon_F^0 = 36,59$  MeV, dan  $2\rho_0 = 0,1582 \text{ fm}^{-3}$  ( $C_0 = 308,385086 \text{ fm}^3$ ). Pemilihan himpunan parameter awal ini berdasarkan pengamatan dalam penelitian sebelumnya bahwa himpunan parameter tersebut sesuai digunakan pada inti berat, khususnya inti  $\text{Pb}^{208}$  dan isotop-isotopnya (Kroemer *dkk.*, 1995, Kroemer, 1996), serta dugaan bahwa himpunan parameter yang sesuai pada dalam perhitungan swakonsisten keadaan dasar dalam ruang koordinat seharusnya tidak akan jauh berbeda dengan yang digunakan dalam perhitungan serupa dalam ruang konfigurasi. Untuk suku spin-orbit digunakan parameter  $W_0$  (pers. 16.b) dan sebagai nilai awal dapat digunakan nilai  $W_0 = 123,69$  MeV dari penelitian sebelumnya (Reinhard, 1991). Perhitungan pendahuluan dalam penelitian ini menunjukkan bahwa variasi parameter dapat difokuskan pada dua parameter saja, yaitu  $h_{2+}^s$  dan  $W_0$ .

Proses iteratif untuk menyelesaikan persamaan HF radial (pers. 15) dan persamaan BCS (pers. 5 dan 6) guna mendapatkan keadaan dasar inti dimulai dengan potensial osilator harmonik isotropik sebagai tebakan awal. Pengurutan keadaan-keadaan partikel-tunggal mengikuti susunan kulit pada potensial osilator harmonik isotropik (Oktova, 2007). Cacah aras partikel-tunggal yang digunakan,  $n_{\max}$  dihitung sedemikian rupa sehingga seluruh cacah nukleon (proton atau neutron) dapat tertampung dalam aras-aras tersebut. Dari eigennilai dan eigenfungsi *Hamiltonian* dengan potensial awal, diperoleh tebakan awal kerapatan normal dan kerapatan tensor ( $\rho, \nu, \nu^+$ ), yang selanjutnya digunakan untuk menghitung potensial partikel-tunggal,

$V^{n/p}(\mathbf{r})$  dengan fungsional kerapatan-tenaga Fayans (pers. 1). Pada langkah selanjutnya, eigennilai dan eigenfungsi radial *Hamiltonian* partikel-tunggal dengan potensial partikel-tunggal,  $V^{n/p}(\mathbf{r})$  tsb. dihitung dan digunakan untuk menghasilkan nilai baru  $(\rho, \nu, \nu^+)$ , dst. Jika iterasi konvergen, langkah iterasi dihentikan ketika terpenuhi dua syarat sekaligus: (a) selisih nilai tenaga total partikel-tunggal  $E = E_{Fayans} + E_{Coulomb} + E_{pasangan} - E_{cm}$ , pada dua langkah berurutan lebih kecil atau sama dengan nilai toleransi tenaga tertentu., dan (b) selisih nilai jari-jari muatan pada dua langkah berurutan lebih kecil atau sama dengan nilai toleransi jari-jari tertentu. Dalam penelitian ini digunakan nilai toleransi tenaga dan jari-jari berturut-turut sama dengan 0,001 MeV dan 0,001 fm. Jika konvergensi telah tercapai, diperoleh himpunan keadaan partikel-tunggal swakonsisten. Untuk menyelesaikan persamaan BCS (pers. 5 dan 6), digunakan pendekatan parameter celah konstan dalam pers. (23) berbentuk  $G_q = 29/A$  ( $q$  = proton atau neutron).



**Gambar 1.** Diagram alir untuk perhitungan numerik keadaan dasar secara swakonsisten.

Program baru yang dibuat untuk perhitungan swakonsisten keadaan dasar partikel-tunggal dalam ruang koordinat dengan fungsional kerapatan-tenaga Fayans sebagaimana diuraikan di atas, untuk selanjutnya kita sebut saja program FAYHF. Struktur program dan prosedur perhitungan numerik secara garis besar, termasuk nilai-nilai parameter kisi, prosedur penyimpanan nilai-nilai fungsi dan diferensialnya terhadap jarak radial  $r$ , didasarkan pada program HAMOMN (Reinhard, 1991), yaitu program perhitungan keadaan dasar inti secara swakonsisten dalam ruang koordinat dengan fungsional kerapatan-tenaga Skyrme. Nilai-nilai kerapatan ( $\rho, \nu, \nu^+$ ), fungsi gelombang radial  $y$ , potensial partikel-tunggal  $V^{n/p}(\mathbf{r})$  dan nilai-nilai lain yang bergantung pada jarak radial  $r$  (misalnya diferensial terhadap  $r$ ) disimpan dalam kisi radial dengan titik-titik kisi berjarak sama. Prosedur perhitungan numerik keadaan dasar secara swakonsisten ini digambarkan pada diagram alir Gambar 1. Uraian terinci subrutin-subrutin yang disebutkan dalam diagram alir, selain subrutin FAYPOT yang dikembangkan oleh penulis, serta nilai-nilai parameter kisi ruang koordinat dsb. dapat dilihat pada Reinhard (1991), misalnya cacah titik kisi yang digunakan adalah NGRID = 46, dengan lebar langkah sama dengan 0,3, yang diharapkan dapat memberikan ketelitian tenaga dan jari-jari sebesar 0,1 %.

Hasil parametrisasi diujicoba dengan menghitung jari-jari muatan inti-inti bola  $O^{16}$ ,  $Ca^{40}$ ,  $Ca^{48}$ , dan  $Pb^{208}$ . Data eksperimental jari-jari muatan  $Zr^{90}$  dan inti-inti bola lain diambil dari Marcos *dkk.* (2004).

#### IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada parametrisasi fungsional kerapatan-tenaga Fayans berdasarkan data eksperimental  $Zr^{90}$  sebagai acuan, jari-jari muatan eksperimental sebesar 5,50 fm dapat dimunculkan secara tepat oleh hasil perhitungan dengan menggunakan himpunan parameter yang kami namakan DFX1.Zr dan DFX2.Zr seperti ditunjukkan pada Tabel I dan II. Adalah menarik bahwa pada himpunan parameter DFX.Zr diperoleh  $h_{2+}^s = 0$ , yang berarti variasi gaya permukaan diabaikan.

**Tabel I.** Himpunan parameter DFX.Zr fungsional kerapatan-tenaga Fayans yang diperoleh.

Parameter	Nilai
$W_0$	482,0
$h_{2+}^s$	0

Sebagai perbandingan hasil perhitungan sejenis, ditunjukkan pula hasil perhitungan Tondeur (1983) dengan fungsional kerapatan-tenaga Skyrme yang mengacu pada nilai-nilai eksperimental tenaga ikat dan jari-jari muatan delapan inti dengan bilangan ajaib-rangkap dan semi-ajaib. Hasil perhitungan jari-jari muatan untuk inti  $Zr^{90}$  dengan kedua himpunan parameter DFX1.Zr dan DFX2.Zr sesuai dengan nilai eksperimental, sedangkan hasil perhitungan Tondeur memberikan selisih  $r_c - r_{c,exp} = -0,01 \text{ fm}$ . Jelas bahwa secara

keseluruhan ketelitian hasil perhitungan penelitian ini masih kalah dengan ketelitian hasil perhitungan Tondeur.

**Tabel II.** Hasil perhitungan jari-jari muatan dan selisihnya terhadap nilai eksperimental.

Inti	Jari-jari muatan, $r_c$ (fm)			$r_c - r_{c,exp}$ (fm)	
	DFX.Zr	Tondeur	Eksp.	DFX.Zr	Tondeur
${}^8_8\text{O}^{16}$	3,041	2,75	2,73	0,311	0,02
${}^{40}_{20}\text{Ca}^{40}$	3,470	3,49	3,49	-0,020	0,00
${}^{48}_{20}\text{Ca}^{48}$	3,397	3,48	3,48	-0,083	0,00
${}^{90}_{40}\text{Zr}^{90}$	4,270	4,27	4,27	0,000	0,00
${}^{208}_{82}\text{Pb}^{208}$	5,662	5,49	5,50	0,162	-0,01

## KESIMPULAN DAN SARAN

Parametrisasi fungsional kerapatan-tenaga Fayans dalam ruang koordinat terbukti dapat dilakukan dengan memvariasi dua parameter, yaitu parameter gaya permukaan  $h_{2+}^s$  dan parameter gaya spin-orbit  $W_0$ . Parametrisasi dengan mengacu pada jari-jari eksperimental Zr<sup>90</sup> menghasilkan sebuah himpunan parameter, dengan gaya permukaan diabaikan. Dalam hal jari-jari muatan, ketelitian perhitungan dengan himpunan parameter ini masih perlu ditingkatkan.

Untuk penelitian selanjutnya dengan himpunan parameter tsb. masih dapat digali sejumlah informasi menyangkut hasil perhitungan jari-jari muatan, misalnya selisih hasil perhitungan jari-jari neutron dan proton,  $r_n - r_p$ , pengaruh *folding* distribusi proton dengan distribusi muatan intrinsik proton (faktor bentuk) terhadap distribusi muatan positif inti, serta aras tenaga partikel-tunggal untuk inti-inti bola lain. Dapat juga perhitungan diperluas dengan memperhatikan data yang tersedia untuk inti-inti lain seperti Sn<sup>132</sup> dan Fe<sup>56</sup>. Untuk meningkatkan ketelitian perhitungan, himpunan parameter DFX2.Zr dapat dikembangkan lebih lanjut dengan memvariasi parameter lain seperti parameter gaya volume  $h_+^v$ .

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini merupakan publikasi awal proyek Penelitian Fundamental yang dibiayai oleh DP2M Ditjen Dikti Depdiknas Nomor Kontrak 135/SP2H/PP/DP2M/III/2007. Hasil parametrisasi fungsional kerapatan-tenaga Fayans dengan mengacu pada inti Pb<sup>208</sup> dilaporkan dalam makalah lain.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bennaceur, K. dan J. Dobaczewski, 2005, "Coordinate-space solution of the Skyrme-Hartree-Fock-Bogolyubov equations within spherical symmetry. The program HFBRAD (v1.0)", *Comput. Phys. Commun.* **168**, 96-122.
- Fayans, S. A., Trykov, E. L., Zawischa, D., 1994a, "Influence of effective spin-orbit interaction on the collective states of nuclei", *Nucl. Phys.* **A568**, 523-543.
- Fayans, S. A., Tolokonnikov, S. V., Trykov, E. L., Zawischa, D., 1994b, "Isotope shifts within the energy-density functional approach with density-dependent pairing", *Phys. Lett.* **B338**, 1.
- Fayans, S. A., Tolokonnikov, S. V., Trykov, E. L., Zawischa, D., 2000, "Nuclear isotope shifts within the local energy-density functional approach", *Nucl. Phys.* **A676**, 49.
- Shlomo, S., Bertsch, G., 1975, *Nucl. Phys.* **A243**, 507.

- Bertsch, G., 1991, "The Random Phase Approximation for collective excitations", dalam Langanke K., Maruhn J.A., Koonin S.E. (editors), *Computational Nuclear Physics I: Nuclear Structure*, New York : Springer-Verlag.
- Reinhard, P.-G., 1991, "The Skyrme-Hartree-Fock model of the nuclear ground state", dalam K. Langanke dkk. (editors), *Computational Nuclear Physics I: Nuclear Structure*, New York: Springer Verlag.
- Ring, P., Schuck, P., 2000, "Nuclear Many-Body Problem", Berlin: Springer.
- Kroemer, E., Tolokonnikov, S. V., Fayans, S. A., Zawischa, D., 1995, "Energy-density functional approach for non-spherical nuclei", *Phys. Lett.* **B363**, 12-16.
- Kroemer, E., 1996, "Energiedichtefunktionalmethode in deformierten Kernen", Disertasi, Institut für Theoretische Physik, Univ. Hannover, Germany.
- Giraud, B., Grammaticos, B., 1975, *Nucl. Phys.* **A255**, 141.
- Oktova, R., 2001, "Self-consistent beta decay calculation on heavy deformed nuclei", Goettingen: Cuvillier Verlag.
- Oktova, R., 2007, "Perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal inti bola dalam ruang koordinat," *Jurnal Forum Mipa* **5**, 1-7.
- Marcos, S., Savushkin, L.N., Fomenko, V. N., López-Quelle, M., Neimbro, R., 2004, "Description of nuclear systems within the relativistic Hartree-Fock method with zero-range self-interactions of the scalar field", *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **30**, 703-721.
- Tondeur, F., 1983, "A Skyrme functional for Hartree-Fock calculations of nuclear masses and density distributions", *Phys. Lett.* **123B**, 139.